日本における資本の諸集中形態と構造分析の方法としての
ローレンツ・カーブについて
(その 1)

田口時夫

(1960 年 2 月受付)

A Report on the Various Concentrated Forms of Capital in the Economic situation of Japan and the Mathematical Method of Measurement on Them
(Part 1)

Tokio TAGUTI

This paper focuses its attention on the theory of Lorenz' curve and on its applications and the explanations. These data and comments cover a wide scope of economic situation.

I believe that this paper may be useful enough to help readers on the consolidated recognition of the Japanese economic situation.

At the same time. it is giving the fundamental works for the next step study of the author.

Institute of Statistical Mathematics

はしがき

本稿では，特に Lorenz curve を利用して集中を取上げた．その前身として既に一般的統計分布(絶対分布）を用いて，独占形成として問題をとり上げた[1].

ある科学的認識に到達する過程においては，多くの方法論的追求をも併せ行うのであって，これなくしては，その意義は十分保障し難い．その意味では既に

「機能と構造に関する統計的認識とその方法について」（34 年 9 月）

において検討を試みた．

本稿はそれ等より遙かに前進したものと信ずるが，それ等と併せ考慮して戴きたい．

筆者の取扱った問題の多くは，経済企画庁の方々の協力によるもので深く感謝する．

目次

脚注 1)「経済構造及び経営内容にあづかる諸量間の諸関係とその分析方法について」(34 年 4 月及び 6 月)

資本の諸集中形態とその性質

第1節　一般的解明

Lorenz curve は周知のごとく，先世紀後半，アメリカ人，ローレンツの創案になる集中表象の方法であるが，それは単に伝統的な所得集中の方法たるに留まらず，抽象的一般的統計的方法，相対分布として考究さるべきものである．

この方法がいわゆるジニ係数を含めて集中表現の目的に適することは，数理計統学的方法としての分散，及びモーメントによるそれよりも，具象的である点にあり，また，一般のいわば絶対分布がその平均（p. 47 参照）と傾斜との概念的形式的未分離，特に後者についての直接的比較において猶停滞的段階にあることを考慮すれば，その意義は歴然たるものがある．

集中の認識は，各クラス分けの基準となるべき評価量との関係において直接可能であるるが，座標上の点（0, 0）(100, 100）を結ぶ均等線との関係において更に助成される．

この方法は，一般の頻度分布が，単に記録数量に対する度数として表象されるのに対し，記録数量を基に遂次群（累積）を構成し，横軸においても，縦軸におけると同じくその標識数量は，ある数量に至る累積の，全体に対する比（百分率）を意味する．

この限り確かに Lorenz curve は猶統計的方法に留まるが，この種分布の比較の可能性の保障は歴史的又時間的検討に入るための一実証的基礎を提供するものであって，その意味でも評価されなければならない．

本稿の目的の一もそのためであり，差当っては，（特に本稿では経済機能の）増幅作用（絶対分布における range の変化として確認し得る）と集中作用（Lorenz curve の緩急の変化として確認し得る）との関係を調べるのみでも意味があると思われる．

第2節　具体的解明

経済諸関係における集中性（所有に関しては独占）は，既に所得面のみではなく，一般に認容されている事実である．

昭和 30 年国富調査実施に伴う諸準備は，既に旧聞に属するが，法人サンプルのための地域集中を算定を初め，可成り広範な資料を用意した．

本稿に掲ぐる諸図表はかかる便宜を得て一面性を脱して経済各面における総体的集中概念を得ることを期した．

Lorenz curve は猶あるいは横軸の比率構成を逆尺度により 100～0 とし，あるいは累積の形式において上位からまたは下位（即群の構成において分点数量以上または以下とする）から行うことにより 50% ラインを境として対称となり（第1例）または上下逆（180° 回轉）の関係となるが，（第2例）基本的に均等線［(0, 0), (100, 100)］を結ぶライン］との関係，例えばその間の面積において捉える時は，同一性質のものとなる．

以下（次節）の資料は，その性質に応じて，各種の作製法を用いたが，以上を基礎とするならば，その本質を理解し得るものと思う．

猶何れを x 軸または y 軸として設定するかは，分析を要するが必ずしも明確であるとは思われないので，読者の目的や観点において転倒して読みとるべきものがあると思われる．

Lorenz curve に対する log scale 乃至その発展形態の採用は，考慮し得るが，今回においては実施しなかった．

第3節　各種の集中グラフ（所有と所在の相対分布）

（相対分布の実例）

（1）　実質資本としての資産の法人えの集中図（国富評価額）

(1′) 同じく法人規模別クラスえの集中図（〃）

(1″) 資本（金額）の産業別法人えの集中図

同じく片面対数グラフによるもの

(1‴) 資本（金額）の地域別法人集中（市区町村単位）

(2) 法人の地理的集中（ 〃 ）

同じくローレンツによるもの

基礎的参考資料 (その (1))

(その (2) 地域の内部構造)

(その (3) 〃)

地域別の資本の分布とその係数，及び係数の分布は各国の地理的性格の総合的把握と地域の分類基準として必要と思われるが，現状では資料を利用し得ない．

(3) 経済価値（ここでは 30 年国富評価額）の資産えの集中図（単位，法人）

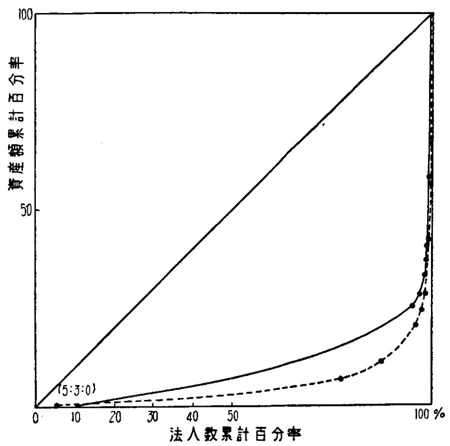
資産項目は機械のみ掲載したが，他資産項目についても略同型である．

以上は 30 年国富調査試験調査資料により作製した．

結果はほぼ近代的と思われる産業または企業程傾斜が激しい．

同じく片面対数グラフによるもの

法人推計数 340.10
資産総額 15,615 億円



(所有資産額（点線）または資本金額階級による法人 class の下位よりの累計)

・は法人 class	下位よりの累計
法人 class は資本金額階級	及び資産額階級（点線）
10 億円以上	100 億円以上
10 億円～1 億円	50〃～100 億
1 〃 ～5000 万	10〃～ 50 〃
5000 万 ～3000 万	1〃～ 10 〃
3000 万 ～1000 万	5000 万～ 1
1000 万 ～ 500 万	3000 万～5000 万
500 ～ ～	1000 万～3000 万
	500 万～1000 万
	500 万未満

昭和 30・12・31 日現在 経済企画庁 国富調査報告 第3巻 資料

（4）　諸外国の集中グラフ

第5回所得と国富の研究に関する国際会議報告転写

（i）　アメリカの鉄鋼産業にみる年次別集中[1]

（ii）　英国の所得分布（相対分布）

（iii）　ユーゴの所得分布（　〃　）

（iv）　オランダの所得財産

（v）　ノルウエイの実物資本

（5）　過去資料

生産の法人集中については経済企画庁調査部統計課編「基本日本経済統計」至誠堂がある．その他企業別株の集中貸出実績の法人集中等については資料の狭隘性のため掲載出来ない．

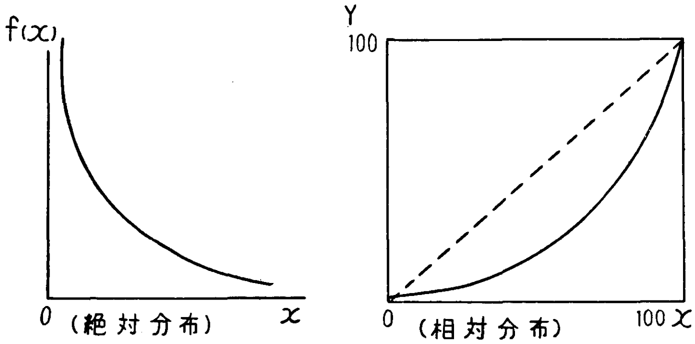
（1）　資産額の法人えの集中図

（5）　産業別労働力の事業所集中図

この資料については将来各法人種別に作製される事が望まれる．

第4節　相対分布の計量的性質

（i）



以上に基づき，相対分布は，絶対分布（密度分布 $f(x)$，$x\geqq 0$）が従来の数学形式で連続で累積分布函数 $F(x)$ が同じく従来の形式で $F(x)=\int_0^x f(t)dt$[2] として問題のない場合を考える）との関係において次の性質をもつ．

即ち Lorenz の X は

$$X=F(x)=\int_0^x f(t)dt$$

であり Y は

$$g(x)=xf(x),\quad G(x)=\int_0^x tf(t)dt \text{ として}$$

$$Y=cG(x)=c\int_0^x g(t)dt=c\int_0^x tf(t)dt$$

ここに $c=\dfrac{1}{\int_0^\infty tf(t)dt}$ つまり形式としていわゆる平均の逆数と一致する．これは，一般分布の x を parameter とする表現となる．

（ii）　今相互の傾斜を比較する意味で，相対分布のそれを変分形式で，絶対分布の x を parameter として介在させ $\dfrac{\delta Y}{\delta X}$ を考察する．

脚注 1)　因にアメリカの 1922 年の所得では 99：53，90：17 である．

脚注 2)　勿論連続や integral は後になお検討の余地を有つ．

$$\frac{\delta Y}{\delta X}=\frac{\dfrac{\delta Y}{\delta x}}{\dfrac{\delta X}{\delta x}}=\frac{\dfrac{1}{\delta x}c\displaystyle\int_x^{x+\delta x}tf(t)dt}{\dfrac{1}{\delta x}\displaystyle\int_x^{x+\delta x}f(t)dt}$$

以上に積分の第一平均値定理を適用すれば

$$\frac{\delta Y}{\delta X}=\frac{\dfrac{1}{\delta x}c\displaystyle\int_x^{x+\delta x}tf(t)dt}{\dfrac{1}{\delta x}\displaystyle\int_x^{x+\delta x}f(t)dt}=c\xi\to cx$$

ここに $\xi=x\theta\delta x \quad 0\leqq\theta\leqq1$

これにより x が非負ならば x は X との関係において非減少であるから，Y は単調増大することが判る.

今また $\dfrac{\delta Y}{\delta X}\fallingdotseq1$ 且 $\to1$ $(\delta X\to0)$ 従って $x=\dfrac{1}{c}$ をもって均等線との平行条件，従って局所均等の条件とすることが出来るが，この結果平均値がかかる条件を充足することとなり，かくて一の直観形式をもつに至る.

(iii) 今嚢の $f(x)$ を $ke^{-\lambda x}$ とすれば（一般には一，の条件について問題がない）

$$X=\int_0^x ke^{-\lambda t}dt=k\frac{(1-e^{-\lambda x})}{\lambda}$$

$$Y=c\int_0^x kte^{-\lambda t}dt=ck\left(t\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right)_0^x-kc\int_0^x\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}dt$$

$$=-\frac{dk}{\lambda}xe^{-\lambda x}+\frac{cX}{\lambda}$$

この二式から x を消去することを考える.

$$e^{-\lambda x}=1-\frac{\lambda}{k}X$$

$$x=-\log\frac{\left(1-\dfrac{\lambda}{k}X\right)}{\lambda}$$

従って

$$Y=\frac{ck}{\lambda^2}\left(1-\frac{\lambda}{k}X\right)\log\left(1-\frac{\lambda}{k}X\right)+\frac{cX}{\lambda}$$

$$\frac{dY}{dX}=\frac{-c}{\lambda}\log\left(\frac{k}{\lambda}-X\right)-\frac{c}{\lambda}+\frac{c}{\lambda}=-\frac{c}{\lambda}\log\left(\frac{k}{\lambda}-X\right)$$

以上において絶対分布の性質により $\displaystyle\int_0^\infty ke^{-\lambda x}dx=1$（パーセントならば 100）により $k=\lambda$ である.

また

$$\frac{1}{c}=\int_0^\infty\lambda te^{-\lambda t}dt=\lambda\left[-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^\infty+\lambda\int_0^\infty\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}dt=\frac{1}{\lambda}$$

従って

$$Y=\frac{c}{\lambda}(1-X)\log(1-X)+\frac{cX}{\lambda}=(1-X)\log(1-X)+X$$

$$\frac{dY}{dX}=-\frac{c}{\lambda}\log(1-X)=cx=-\log(1-X)$$

以上で (ii) の結論が保証された．また第二にこの場合，相対分布の傾斜は絶対分布のそれより緩慢となることが判明した.

(iv)　分布係数として均等線との間の面積は，一の条件で

$$S=\frac{1}{2}-\int_0^1 YdX=\frac{1}{2}-\int_0^{+\infty}f(x)Ydx=\frac{1}{2}-c\int_0^{+\infty}f(x)\int_0^x tf(t)dtdx$$

で象徴される．

因に Gini は X, Y を両 log linear の関係即ち $X=\frac{1}{c}Y^{\delta}$, Gibrat 法則の場合は，略両 log log linear,（特に，経済各量におけるがごとく平均か極めて小なる時しかりである）として係数を得のである．

［註］ローレンツ曲線と均等線との間の面積

(λ) とパレート常数 (α) との間には

$$\lambda=\frac{1}{2(2\alpha-1)}$$

の関係がある．従って係数とは

$$\lambda=\frac{\delta-1}{2(\delta+1)}$$

の関係がある．（統計学辞典）ここでパレート法則は両 log linear を前提とする．（了）

今裏の $f(x)=ke^{-\lambda x}(k=\lambda)$ の場合には

$$\begin{aligned}\int_0^1 YdX&=\int_0^1\frac{c}{\lambda}(1-X)\log(1-X)dX+\int_0^1\frac{X}{\lambda}dX\\&=\frac{c}{\lambda}\left[\frac{(1-x)^2}{-1}\log(1-X)\right]_0^1-\frac{c}{\lambda}\int_0^1\frac{1-X}{2}+c\left[\frac{X^2}{2X}\right]_0^1\\&=c\frac{(1-X)^2}{4\lambda}\Big]_0^1+\frac{c}{2\lambda}=\frac{c}{4\lambda}=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

即ち係数は $\frac{1}{2}-\frac{c}{4\lambda}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ である．

即ち Lorenz curve は Parameter の具体的数量に関係なく $e^{-\lambda x}$ を一定形式に対応させることとなる．ローレンツはその創始において指数型分布を不変量しかも 1/4 という数量において把握すをことを果して予想したのであろうか．

しかし，現状においてまた実際問題において Gini's law 等を予想するのは，疑問で，次篇以下の立論を要する処である．（前節の主に one-siclad log によるグラフ参照）

現に本稿の資料を俟つまでもなく，各種の分布モデルが存在するのであって，むしろモデルを固定してその適性について云々する前に，それ等の各モデルのほぼ共通的性格（経済学的また数学的，理論的また実際上）と差異，その間の移動可能性を認める方が合理的ではあるまいか．

統計数理研究所

［付］　法人等に関する今後の問題と基礎的検討

1960. 3. 20

分布の分析と並んで例えば次のような時間的変動，即確率論的又科学的方向の究明することが今後の主な実態把握上の課題と思われる．

1　吸収合併の状況把握

(イ)　年次別

(ロ)　規模別

(ハ)　吸収，被吸収の対応（例えば規模間対応）及びその条件確認

(ニ)　地理的関係

2.　生滅把握

1 の (イ) (ロ) に準ずる検討を行う.

(ハ) 両者の比較によりその条件影響を検討する.

(ニ) 地理的検討を行う.

3. 流入転出の把握

1 の (イ) (ロ) に準ずる検討を行う.

(ハ) 地理的条件も併せ検討する.

4 転業把握

1 の (イ) (ロ) 及 (ニ) に準じて検討する.

(ハ) これを通して産業間の関連を現実的に検討する.

5. 資産の摩損，減価に絡んで，資産の利用状況把握（例えば操業，遊休との関係）

6. 陳腐化に絡む諸問題.

7. 資産の増減を産業別規模別項目別時間的に検討する.

(イ) 限界地域法人資本額及び変動

(ロ) 地域別傾斜係数把握及び変動

(ハ) 地域総合指数の構成（産業の連関を考慮）

（2） 追加

（1） 上記と関連して地域自体の吸収合併とその相互及び内部の現実的条件の検討

（2） 猶，固定及び流動資産別の評価，物価倍率等の問題は一応，別に考慮する.

（3） 休業中の企業，資産等についての諸検討

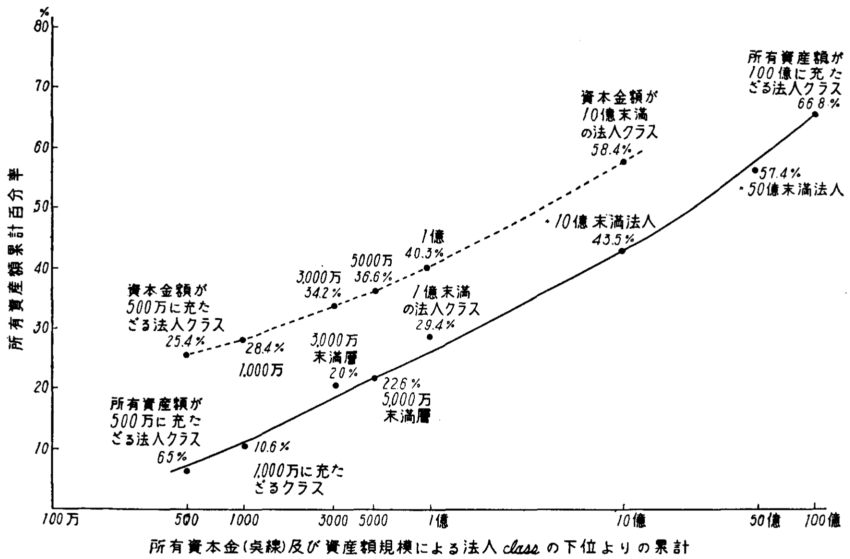
（4） 各種の対外依存度の検討

［参考資料］

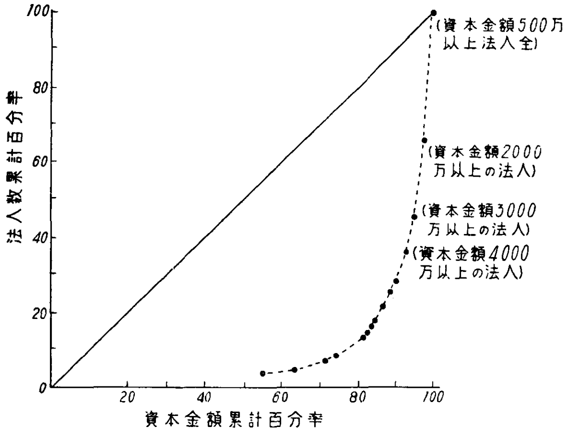
昭和 30 三十年度国富調査のための法人企業の標本調査企画抜萃

所有法人数及市区町村数 / 市区町村層（限界地域法人資本額による）	資本金1億を越す企業	資本金5千万～1億の企業	資本金3千万～5千万の企業	資本金1千万～3千万の企業	資本金5百万～1千万の企業	資本金5百万未満の企業	該当市区町村数	同累計
(1) 資本金1億以上の企業が所在する市区町村により構成される層	1,111	232	253				193	193
(2) 資本金5千万以上1億円未満の企業が所在し，1億円以上資本金の企業が所在せざる市区町村層		128	41				106	299
(3) 3千万円以上5千万円を越えぬ企業が所在する市区町村層			104				95	394
(4) 1千万円以上3千万円を越えぬ企業が所在する市区町村層							502	896
(5) 5百万以上1千万円を越えぬ企業が所在する市区町村層							561	1,457
(6) 5百万円を越えぬ企業が所在する市区町村層							4,732	6,157
(7) 法人が所在せざる市区町村層							2,444	8,633
計	1,111							
累積計		1,471	1,869					

1′ 法人資産の規模別クラスえの集中図

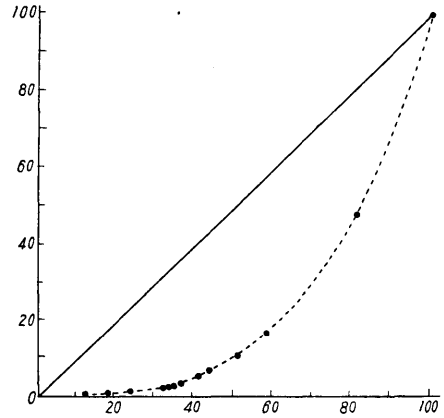


1″ 資本（金額）の産業別法人えの集中図

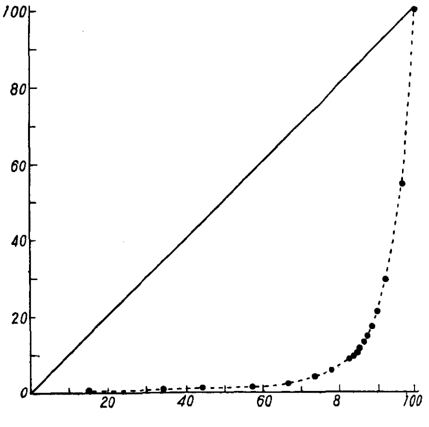


（金額上位のものよりの累計）以下同様

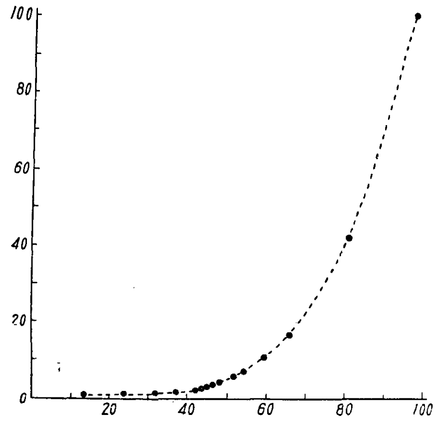
建　設　業

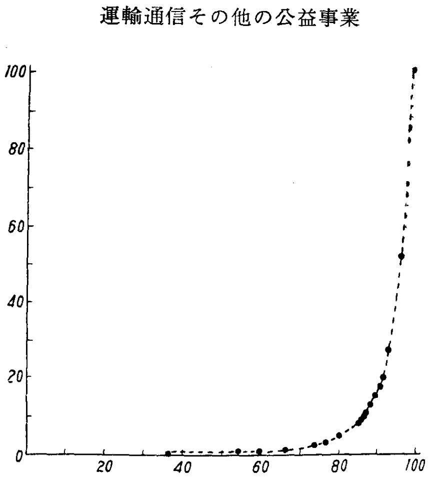


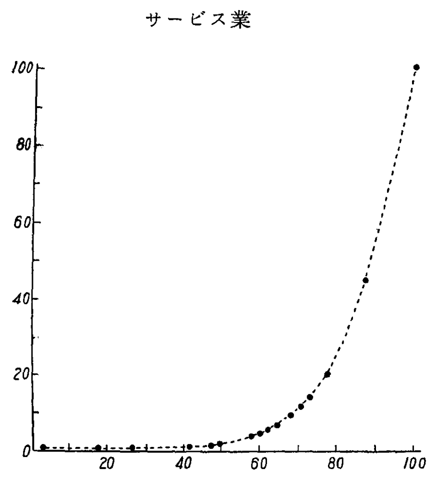
製　造　業

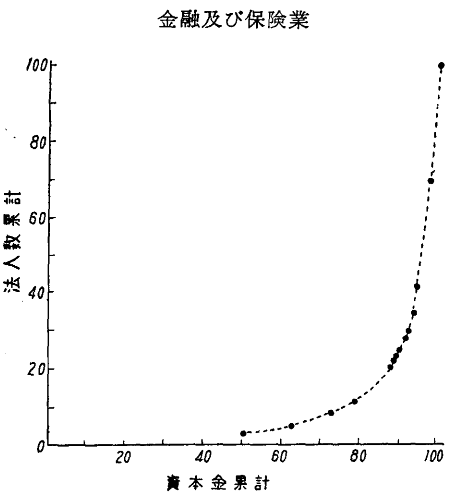


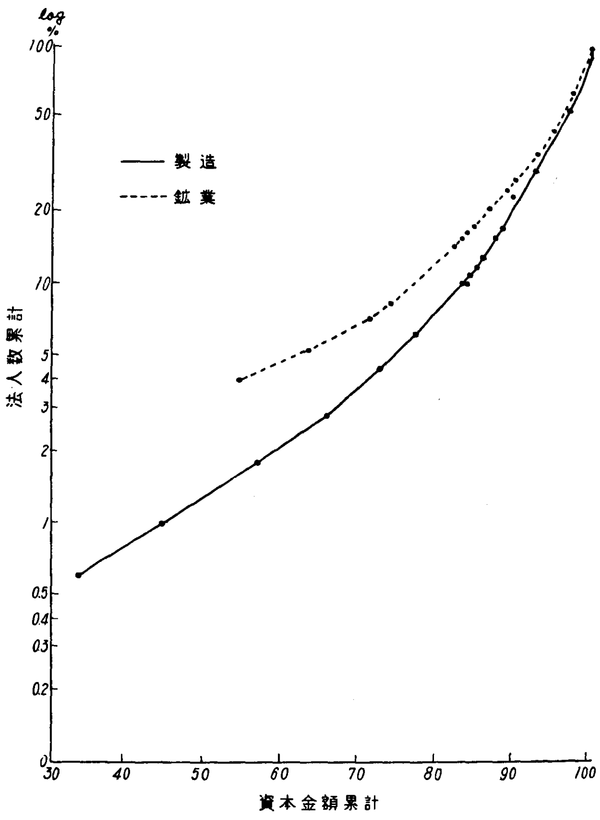
卸売及び小売業



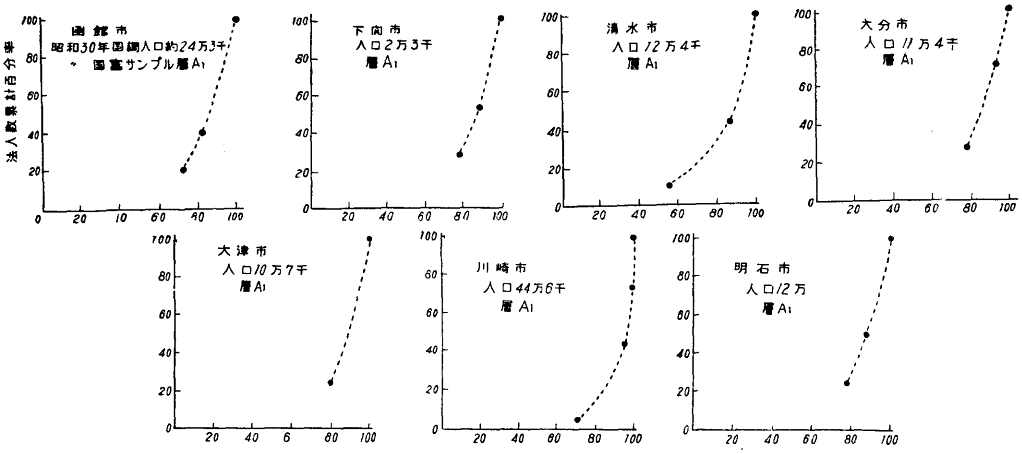

運輸通信その他の公益事業
100
80
60
40
20
0
20
40
60
80
100

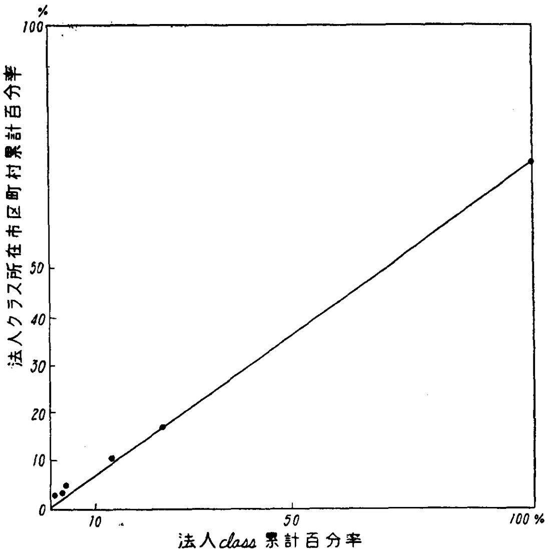

サービス業
100
80
60
40
20
0
20
40
60
80
100


金融及び保険業
法人数累計
100
80
60
40
20
0
20
40
60
80
100
資本金累計


log %
製造
鉱業
法人数累計
100
50
20
10
5
4
3
2
1
0.5
0.4
0.3
0.2
0
30
40
50
60
70
80
90
100
資本金額累計

1''' 同じく地域別（市区町村別）集中図 （百分率）





← 前図の Lorenz reprentation は class; 法人6市町村クラス

（2） 法人の地域又は地理的（ここでは市区町村）集中図

地域的分布の係数及びその係数の分布は地理的性格の統一的把握とその分類基準として必要であるが現状では困難である．

全法人

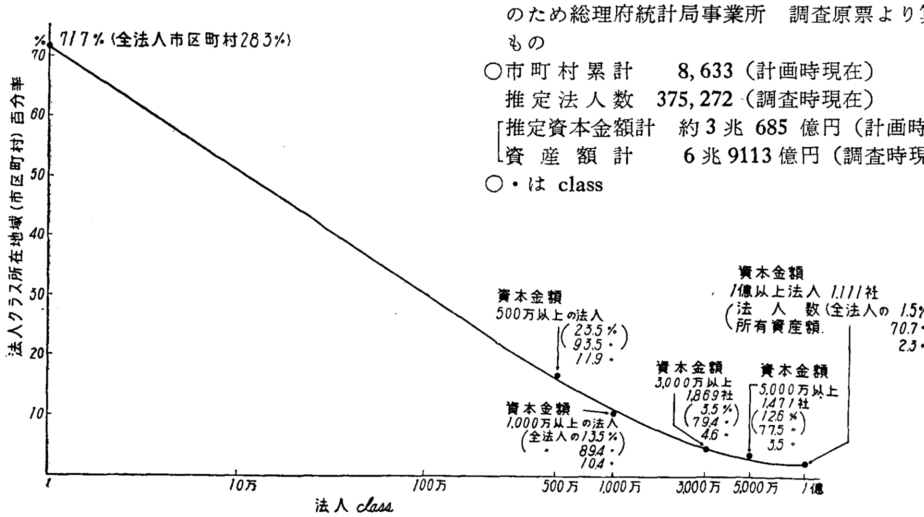
{法人数 全法人の 100%
所有資産額 〃 100%

○本図はその性質に於て Lorenz と異る．

○資料は昭和 30 年度国富調査法人資産調査標本設計のため総理府統計局事業所 調査原票より算定せるもの

○市町村累計 8,633（計画時現在）
推定法人数 375,272（調査時現在）
[推定資本金額計 約3兆 685 億円（計画時現在）
資産額計 6兆 9113 億円（調査時現在）

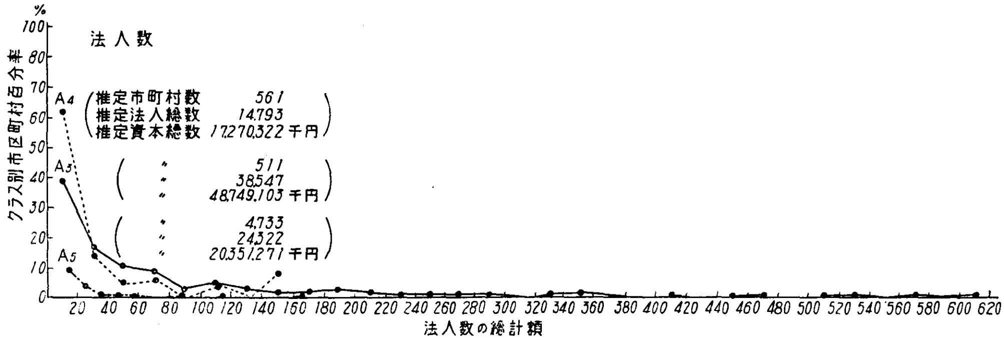
○・は class



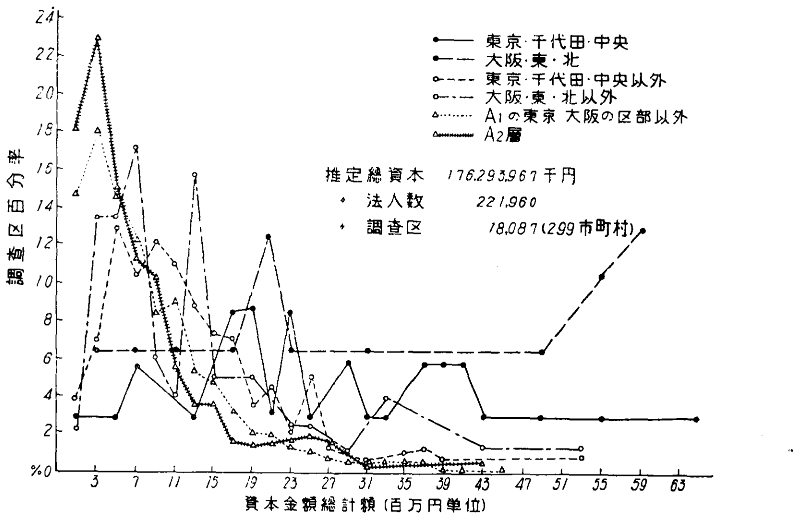
参考資料（3）　法人の所在状況による市区町村 class の内部構造
（限界所在法人資本額による市町村クラス）

（三十年国富標本企業資料　調査体系と標本資料 16　p 24 以降　附名簿により作製
資本金額　500 万円未満の法人のみ所在する市区町村の部）

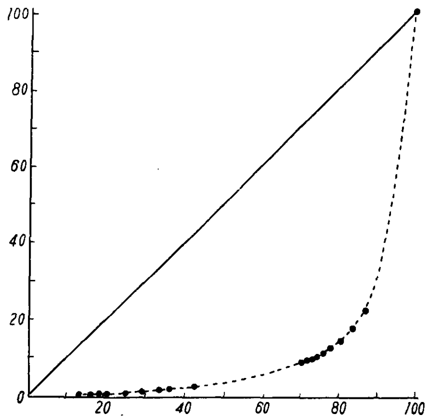
A_3（資本金額　14 万以上の規模を有する企業を擁するが，54 万以上の企業の所在せぬ市区町村層）
A_4（　〃　500 万　〃　1000 万　〃　）
A_5（　〃　500 万未満の企業のみ有する市区町村層）

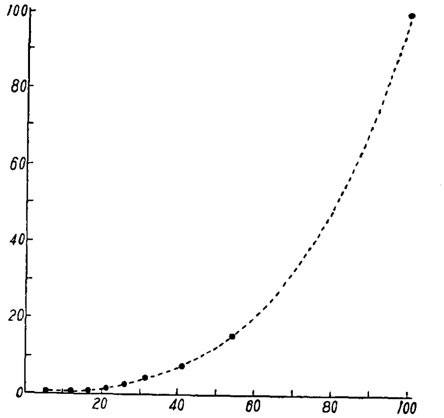


調査資料（2）　資本金額 5000 万円以上を有する法人を擁する市区町村クラスの内部構造

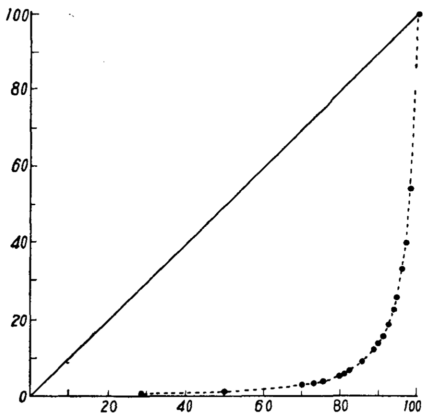


（3）　経済価値（ここでは三十年国富評価額）
の資産えの集中図　製造B社　製造C社

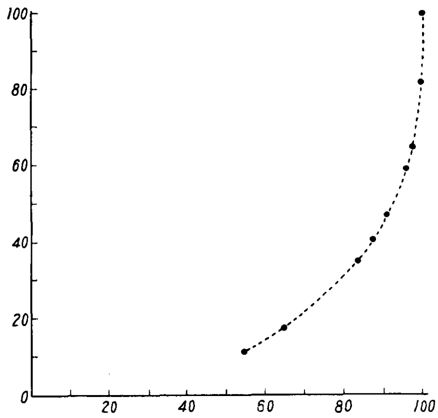




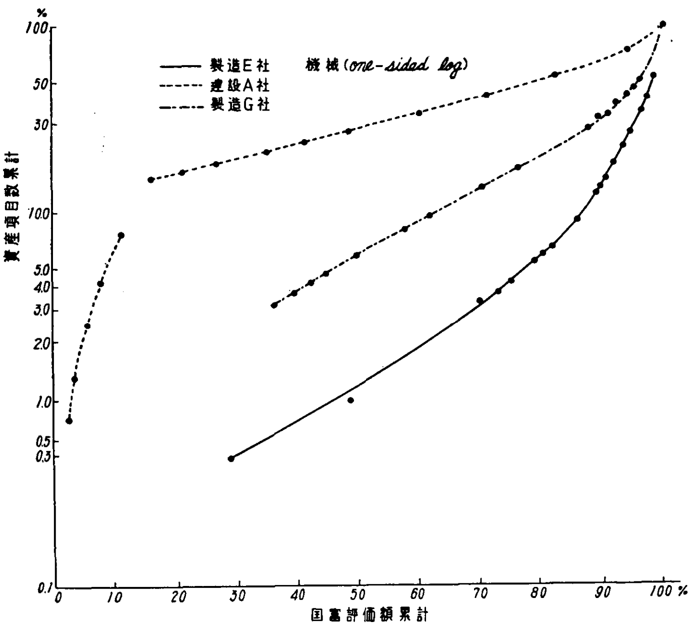
製造E社



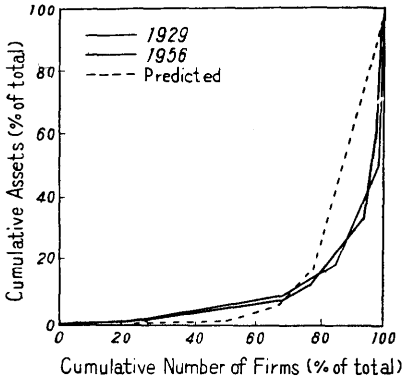
サービスH社



同じく片面対数紙による集中表現



（4）　諸外国の実例　(i)　アメリカに於ける assets の firms の集中と予測



A Stochastic Anahysis of the Size Distribution of Firms Irma G. Adelman: J.A.S.A. Vol. 53. 1958.

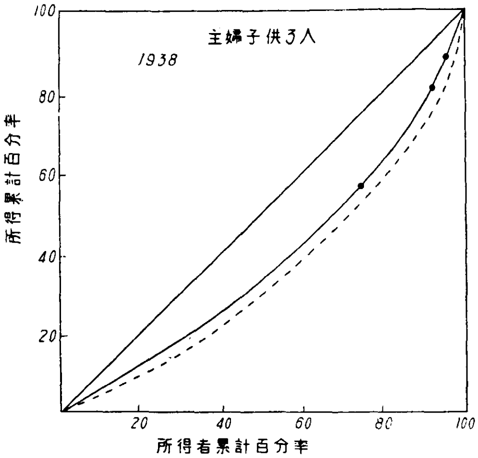
（4）　諸外国の実例

(i)　英国の所得分布（その 1）

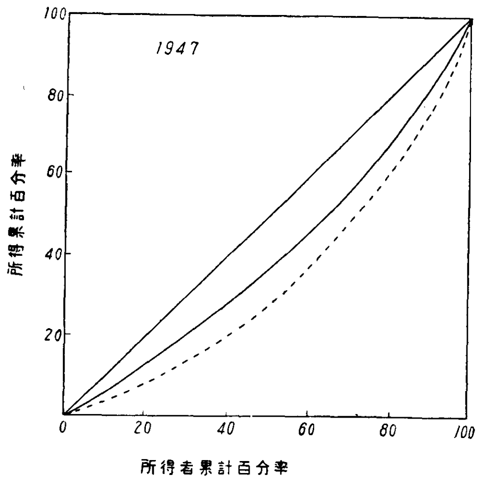
------ 再分配前

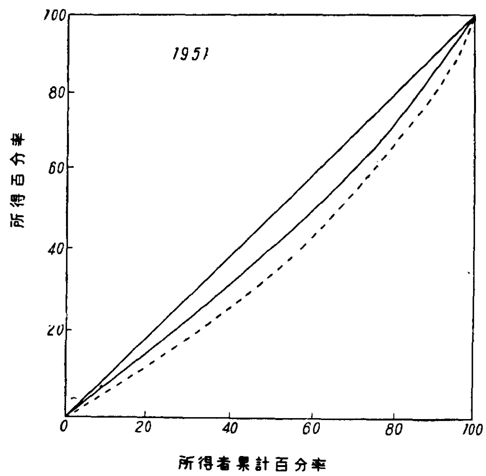
———— 再分配後

（第 5 回所得と国富の研究に関する国際会議報告抜萃）



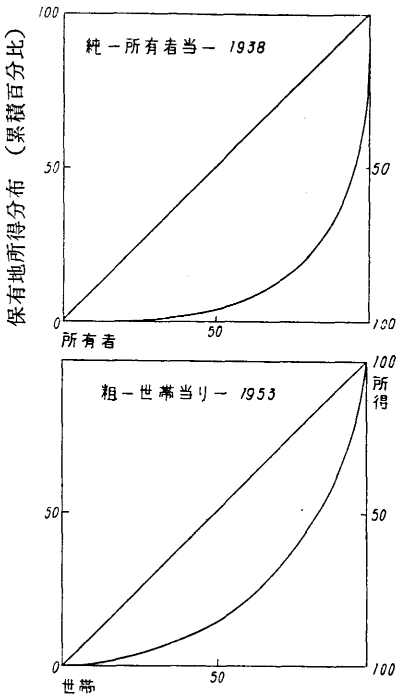
夫婦子供 3 人





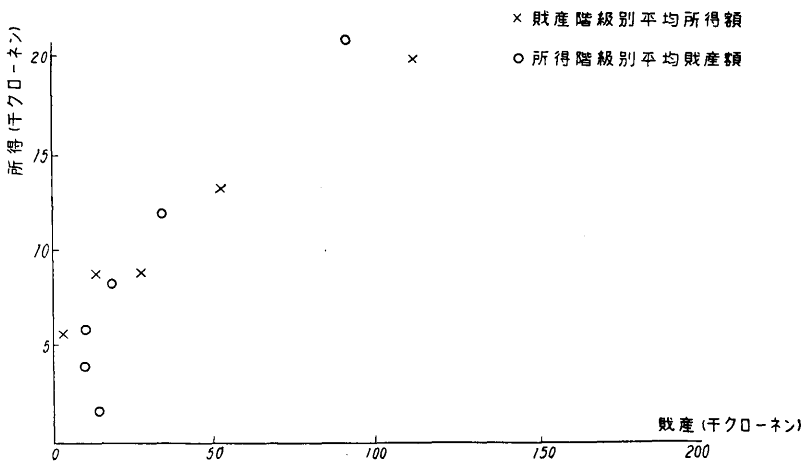
外 国 の 実 例

(iii) コーゴスラビアの所得分布
(その1) (第5回所得と国富の研究に関する国際会議報告抜萃)

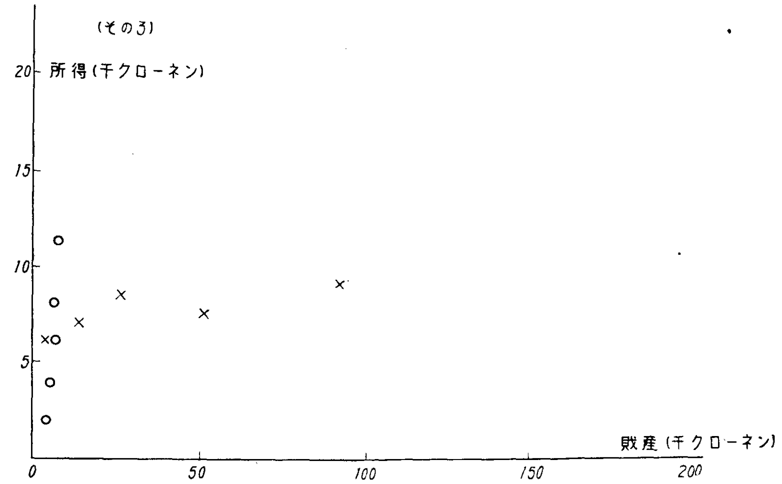


外国の実例 (iv) オランダの所得, 資産.
(その1) (第5回所得と国富の研究に関する国際会計報告)

事業主・地主等

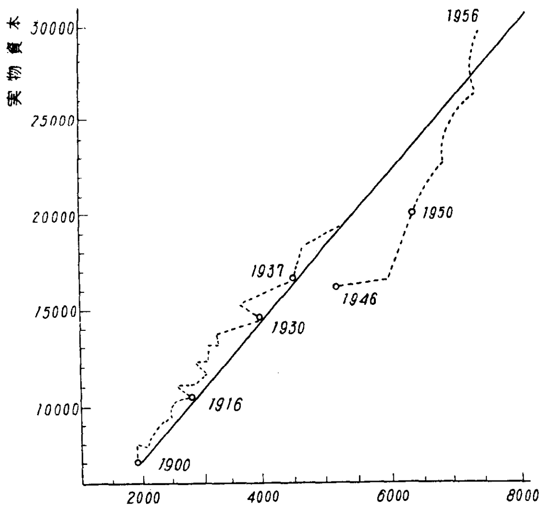


賃　金　労　働　者



諸　外　国　の　実　例

(iv)　ノルウエイの実物資本と純国民生産の増加
1900—30 年，および 1946—56 年



純国民生産