綜合報告

連続生産のための抜取検査

(1957 年 4 月受付)

鈴木雪夫

Sampling Inspection Plans for Continuous Production

Yukio SUZUKI

Since H. F. Dodge's first treatment of the sampling inspection plan for continuous production in 1943, various papers about the subject have been published by many authors.

The purpose of the present paper is to review these papers and discuss on some points of them. We hope that this paper might be a help to those who take interest in the subject.

Institute of Statistical Mathematics

§1. 序

この論文の目的は連続生産のための抜取検査方式に関する諸論文を紹介し，批判を加えることである．

物の製造が連続的に行われる場合（例えば，belt-conveyer にのつて，一列に並んで次々と製品が流れてくる場合）には，従来の如き，lot-by-lot accpetance を適用することは実状に合わない．というのは，従来の lot という概念はこの場合，むしろ作為的となるからである．

連続生産型抜取検査方式の研究は，1943 年の H. F. Dodge [1] の論文に始まり，A. Wald と J. Wolfowitz [2] (1945) が AOQL の異なる定義を用いて，別の方式を考え，更に，H. F. Dodge と M. N. Torrey [3] (1951) が Dodge の初期の方式を改良し，次いで G. J. Lieberman [4] (1953) によつて，Dodge の方式は製造工程が管理状態にあるという仮定がなくとも，なお，AOQL（定義は Dodge と異なるが）を保持することを示している．

又 G. J. Lieberman と H. Solomon (1954) [5] は Dodge の方式を multi-level sampling の場合に拡張し，single-level の場合と比較している．

逐次抜取方式による M. A. Girshick (1952) [6], I. R. Savage (1955) [7] の論文は興味あるものであろう．

M. A. Girshick と H. Rubin (1952) [8] による試みは，unique なものである．

最近，Albert H. Bowker (1956) [9] が連続抜取検査の諸論文の review を行い，残された問題点を示し，この種の方式の持つべき望ましい性質を列挙している．

現在迄連続生産型抜取方式は，製品が良，不良の二種に分類される場合のみを取扱い，AOQL を保証する如く，全数検査と抜取検査を交代させるものである．

M. A. Girshick と H. Rubin の試みは，計量検査を取扱うものとしても，興味深いものである．

§2. Dodge による方式 (C. S. P.-1)

この方式は最も簡単なものであるが，連続生型抜取検査の基本的な概念はこの方式からよく理解されよう．

検査は製品の製造された順序に従つて行う．

(a_1) 引続いた i 個が良品であるまで 100% 検査を行う．

(b_1) 良品が i 個続いたら，$\frac{1}{f}$, $(0<f<1)$ 個の連続した製品からなる group 毎に一個の random sample をとり検査する．$\left(\frac{1}{f}\right.$ は正整数とする°$\left.\right)$

(c_1), (b_1) の過程で不良品が一個発見されたら直ちに (a_1) の 100% 検査に移る．

(d_1) (a_1)→(c_1)→(a_1) を繰り返す．

(e_1) 検査により発見された不良品はすべて良品でおきかえる．

この方式は二つの parpmeter (i, f) で規定される．

方式 (i, f) を用いたときの，検査を通過した全製品に対する平均検査率 (Average Fraction of Inspection ; A. F. I.) と平均出検品質 (Average Outgoing Quality ; AOQ) は共に，工程が管理状態にあ

るという条件の下で，工程の不良率pの函数として容易に表わされる．

$$\mathrm{AFI}(p)=\frac{f}{f+(1-)(1-p)^i}$$

$$\mathrm{AOQ}(p)=p(1-\mathrm{AFI})$$

$$\mathrm{AOQL}=\max_p \mathrm{AOQ}(p)=\mathrm{AOQ}(p_1)$$

これより

$$p_1=\frac{1+i\,\mathrm{AOQL}}{i+1}$$

$$f=\frac{(1-p_1)^{i+1}}{i\,\mathrm{AOQL}+(1-p_1)^{i+1}}$$

従つて，AOQL を fix したときのfとiとの関係を graph に表わすことができ，与えられた AOQL をもつ方式 $(f,\ i)$ を選ぶのに便利である．更に Dodge は spotty quality に対する保証をみるために，1000 個の引続いた製品が $\frac{1}{f}$ の割合の抜取検査により受け入れられる確率が 0.10 となる如きpをfの函数として与えている．

以上の検査方式及び，その性質を述べた後に，Dodge は検査業務の管理に関して述べている．

Dodge の方式のもつている著しい特徴は

（1） 100% 検査から抜取検査，或は逆に抜取検査から 100% 検査えの移行が唯一つの不良品(たとえ，それが孤立して存在しても）の発見によつて左右される．

（2） 工程が管理状態にあることが前提となつている．玆で管理状態にあるとは，各製品の良，不良が独立に生じ，任意特定の不良率pをもつことを意味する．

（3） 工程の状態が悪くなり，不良品が相当多くなつても，工程を停止させる判断規準が与えられていない．

（4） 100% 検査と唯一種類の抜取検査の交代にすぎないため，工程の調子がよくなり，不良率がより小となつても，検査費用をある程度以上は節約できない．

（5） 100% 検査又は抜取検査をしてゆく過程で不良率pについての知識が得られてゆくのであるが，Dodge の方式はこの知識を全然考慮していない。

§3. Dodge の方式の改良

Dodge と Torrey は 1951 年の論文で §2 の Dodge の方式の特徴の第一点を改良した二つの方式(CSP-2, CSP-3) を提案した．即ち抜取検査から 100% 検査えの移行が唯一つの不良品の発見により，突然に行われる点を改良した．この突然の移行は人員配置，検査業務上に難点を生ずるかも知れない．

CSP-2 或はCSP-3 は CSP-1 と，単に抜取検査から 100% 検査えの移行の rule においてのみ異なり，他の点においては全く同じである．

CSP-2 は

(a_2) CSP-1 の (a_1) と同じ

(b_2) CSP-1 の (b_1) と同じ

(c_2)，(b_2) の過程で不良品が一個発見されても直ちに 100% 検査に移ることなく，(b_2) の抜取検査を続けるが，その後に検査した製品のk番目以内に不良品を再び発見したら，直ちに 100% 検査に移る．然らざれば，抜取検査を続行する．

(d_2)。$(a_2)\to(c_2)\to(a_2)$ を繰返す．

(e_2) CSP-1 の (e_1) と同じ．

この方式の AOQ は任意のkに対し

$$\mathrm{AOQ}=p\left[\frac{(1-f)q^i(2-q^k)}{f(1-q^i)(1-q^k)+q^i(2-q^k)}\right]$$

となり，CSP-1 の AOQ より常に大である．

Dodge と Torrey は $i=k$ の場合について，与えられた AOQL に対するfとiの関係を示す graph を与えている．CSP-2 によつて抜取検査から 100% 検査えの突然の移行は除かれるが，同一の AOQL をもつ両方式を比較すると， CSP-2 は異常に劣る品質の短い run を受け入れる危険が大であり，f を大きくとる必要がある．

CSP-3 は CSP-2 と殆ど同じであるが (c_2) に於てk番目以内に不良品を発見したとき，直ちに 100% 検査に移ることなく，更に次の 4 個の製品を検査する．このとき AOQ は

$$\mathrm{AOQ}=p\left[\frac{(1-f)q^i(2-q^{k+4})}{f(1-q^i)(1-q^{k+4})+q^i(2-q^{k+4})+4fpq^{i+k}}\right]$$

§4. Multi-Level Continuous Sampling Inspection Plan (MLCSP)

CSP-1 の特徴 (4) の改良を企てたものが MLCSP である．即ち CSP-1（或は CSP-2, 3）では，100% 検査と割合fの抜取検査との交代であるが．MLCSP では 100% 検査と割合 $f_1, f_2, \cdots, f_m (f_1>f_2>\cdots>f_m)$ なるm種の抜取検査との間の交代である．大雑把に云えば，品質が劣つているときは 100% 検査をし，品質が非常に優れているときには抜取間隔の大きい抜取検査を用いて，検査個数を節約することができる．

1955 年の Lieberman と Solomon による論文には MLCSP の一つの方式が詳しく研究されている．その方式は次の如くである．

（o） CSP-1 の (a) に同じ，

（1） 引き続いたi個の製品がすべて良品であつたら，割合fの抜取検査に移る．

（2） 1． 割合fの抜取検査で，引き続いたi個の

sample が良品であつたら，割合 f^2 の抜取検査に移る．

2. 然らざれば，100% 検査に直ちに帰る．

（3） 1. 割合 f^2 の抜取検査で引き続いた i 個の sample が良品ならば，割合 f^3 の抜取検査に移る．

2. 然らざれば，割合 f の抜取検査に直ちに帰る．

……………………

……………………

（m） 1. 割合 f^{m-1} の抜取検査で引き続いた i 個の sample が良品ならば，割合 f^m の抜取検査に移る．

2. 然らざれば，割合 f^{m-2} の抜取検査に直ちに帰る．

この方式で，$m=2\sim6$ の時が実用的に興味のあるものであろう．（特に CSP-1 は $m=1$ の MLCSP と一致する．）

MLCSP の AOQ, AFI は，工程の不良率 p の函数として，

$$(4.1)\quad \mathrm{AOQ}(p)=pz\left\{\frac{1-z^m}{1-z^{m+1}}-\left(\frac{f-fz}{1-fz}\right)\times\left(\frac{1-(fz)^m}{1-z^{m+1}}\right)\right\}$$

$$\left(\text{茲に，}\ z=\frac{1}{f}\left(\frac{q^i}{1-q^i}\right),\ q=1-p\ \text{とする}\right)$$

$$(4.2)\quad \mathrm{AFI}(p)=1-\frac{\mathrm{AOQ}(p)}{p}$$

(4.1) において，$m\to\infty$ とすると

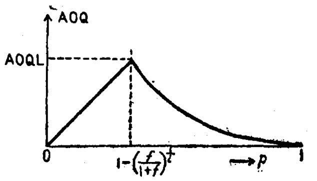
$z<1$ 従つて $p>1-\left(\dfrac{f}{1+f}\right)^{\frac{1}{i}}$ のとき

$$(4.3)\quad \mathrm{AOQ}(p)=p(1-f)\left(\frac{z}{1-fz}\right)=\frac{1-f}{f}\,\frac{p(1-p)^i}{1-2(1-p)^i}$$

$z>1$ 従つて，$p<1-\left(\dfrac{f}{1+f}\right)^{\frac{1}{i}}$ のとき

$$(4.4)\quad \mathrm{AOQ}(p)=p$$

よつて，AOQ-curve は図の如くなる．



明らかに $\mathrm{AOQL}=1-\left(\dfrac{f}{1+f}\right)^{\frac{1}{i}}$

$$(4.5)\qquad f=\frac{(1-\mathrm{AOQL})^i}{1-(1-\mathrm{AOQL})^i}$$

$m=2$ のとき，及び $m>2$ の場合に対する (4.5) に対応する関係は $m=1$ の場合と $m=\infty$ の場合との interpolation によつて近似的に得られ，graph が作られている．

さて，一定の AOQL を保証する MLCSP (i,f,m) は無限に多くあるので，その間の選択を如何にして行うかが問題となる．$f(0<f<1)$ の範囲は種々の考慮から限定されるであろう一例えば製品の規格，検査の運用面，工程の不調子の迅速な発見．etc. Dodge は CSP-1 で $\frac{1}{2}<f<\frac{1}{100}$ をとつている．

更に，cost について考慮すれば

a) min. AFI

b) local stability

なる二つの判断規準が考えられる．

"locally stable" は次のように定義される．

d_N を検査後の引続いた N 個の製品中の不良の数とし，$\alpha\,(0<\alpha<1)$ を与えたとき，

$$Pr\{d_N>N\,\mathrm{AOQL}\}\leqq\alpha$$

を満すとき，検査方式は "locally stable" であると云う．AFI とか local stability は CSP-1$(m=1)$ と infinite sampling inspection plan $(m=\infty)$ については explicit に表わすことができる．

$$m=1\quad \mathrm{AFI}=F_1=\frac{f_1}{f_1+(1-f_1)(1-p)^{i_1}}=\frac{\left(\dfrac{1-\mathrm{AOQL}}{1-p}\right)^{i_1}}{\left(\dfrac{1-\mathrm{AOQL}}{1-p}\right)^{i_1}+\left(1+\dfrac{1}{i_1}\right)^{i_1}(1+i_1)\left(\dfrac{\mathrm{AOQL}}{1-\mathrm{AOQL}}\right)}$$

$$m=\infty\quad \mathrm{AFI}=F_\infty$$

$$=\begin{cases}\dfrac{\left(\dfrac{1-\mathrm{AOQL}}{1-p}\right)^{i_\infty}-1}{\left(\dfrac{1-\mathrm{AOQL}}{1-p}\right)^{i_\infty}-2(1-\mathrm{AOQL})^{i_\infty}} & p>\mathrm{AOQL}\\[2ex] 0 & p\leqq\mathrm{AOQL}\end{cases}$$

local stability については，$N\gg1$，$p(1-F)\ll1$ のとき検査後の N ケの引続いた製品中の不良品の数 d_N は平均値 $Np(1-F)$ の poisson 分布で近似されるから

$$\frac{N\,\mathrm{AOQL}-Np(1-F)}{[Np(1-F)]^{\frac{1}{2}}}\geqq K_\alpha$$

$$K_\alpha:1-\alpha=\int_{-\infty}^{K_\alpha}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$$

これと $p(1-F)\leqq A$ より

$$p(1-F)\leqq C(A,N,\alpha)$$

ここに

$$C(A.N,\alpha)=A+\frac{K\alpha^2}{2N}-\left[\frac{K_\alpha{}^4}{4N^2}+\frac{AK_\alpha{}^2}{N}\right]^{\frac{1}{2}}$$

従つて

$m=1$ のとき，$p\leqq C(A,N,\alpha)\to$ locally stable

$C(A, N, \alpha) < p \leqq A$ $\to i_1^* \geqq i_1$ なるすべての i_1 について local stable となる $i_1^*(p)$ が存在する.

$A < p$ $\to i_1^{**} \leqq i_1$ なるすべての i_1 について local stable となる $i_1^{**}(p)$ が存在する.

よつて, CSP-1 ($m=1$) では常に local stability をもつ方式を見出すことができる.

$m=\infty$ のとき

$p \leqq C(A, N, \alpha)$ →locally stable

$C(A, N, \alpha) < p \leqq A$ →not locally stable

$A < p$ $\to i_\infty > i_\infty^*$ なるすべての i_∞ について local stable となる如き i_∞^* が存在する.

以上のことから,

$p \leqq C(A, N, \alpha)$ →infinite sampling plan は locally stable であり, 且つ最小の AFI をもつ.

$C(A, N, \alpha) < p \leqq A$ →local stability : CSP-1.
AFI 最小 : infinite sampling plan
選択は, ここではきまらない.

$A < p$ →CSP-1 がよい.

§5. 管理状態の仮定を必要としない方式

Dodge の CSP-1, 2, 3, 及び Lieberman & Solomon の MLCSP はいづれも, 工程の管理状態を前提としている. 1945 年に Wald と Wolfowitz がこの前提を必要としない方式を発表した.

今, 管理状態に必らずしもない工程から作り出された製品に良品なら 0, 不良品なら 1 を与えて類列 $c=(c_1, c_2, c_3, \cdots\cdots)$ をうる. これがある検査方式で検査され, 発見された不良品が良品でおきかえられると, 新らしい数列 $d=(d_1, d_2, d_3, \cdots\cdots)$ をうる.

$$\boxed{\text{工程}} \to c \to \boxed{\text{検査}} \to d$$

明らかに c と d の間に次の関係がある.

$$d_i = \begin{cases} 0 & i \text{ 番目の製品が検査されたとき} \\ c_i & \text{然らざるとき.} \end{cases}$$

今 $\lim.\sup.\dfrac{\sum_{i=1}^{N} d_i}{N} > L$ が c の如何に拘らず成立つ確率が 0 である如き L の中で最小のものを AOQL と定義しよう.

Wald & Wolfowitz の方式は

(a) 抜取検査 (抜取比 f) を始める.

(b) 各 n に対し n 番目 (検査されたものもされないものも含めて) の製品まで検査されたとき, それまでに発見された不良品の数を k_n とし

i) $\dfrac{k_n\left(\dfrac{1}{f}-1\right)}{n} > L$ →直ちに 100% 検査に移行.

ii) 〃 $\leqq L$ →抜取検査続行.

(c) (b) の i) によつて 100% 検査に移行して検査を続けたとき ($m > n$)

$\dfrac{k_m\left(\dfrac{1}{f}-1\right)}{m} \leqq L$ →抜取検査に移行

〃 $> L$ →100% 検査続行

(但し, 100% 検査の間に発見された不良品に対しては右辺の分子で $f=1$ とおけ)

この方式の AOQL (Wald, Wolfowitz の意味での) は丁度 L となることが証明され, 且つ, 若し工程が管理状態にあるならば (すなわち各 c_i が独立で同一の分布に従う場合) 査検個数が最小となることが証明されている.

ところで $\dfrac{k_n\left(\dfrac{1}{f}-1\right)}{n}$ なる統計量は, 検査後の不良率の一つの推定値であると考えられる. このような推定値を用いている点は Dodge の方式と著しく異なる. Dodge の AOQ は工程の不良率 p なる parameter の函数であるに対して, これは検査後不良率の直接的な推定値である.

次に Lieberman は Dodge の方式は工程の管理状態の前提がなくても彼の意味での AOQL を保持すること, 且つそれが $\dfrac{\dfrac{1}{f}-1}{\dfrac{1}{f}+i}$ に等しいことを証明した. これは当然 Dodge の AOQL より大である.

Girshick は次のような方式を考え, 特に工程が管理状態にあるときの OC-curve, AOQ-curve, AFI-curve を求めたが, 同時に AOQ, AFI の variance をも計算している. その方式は (f, m, N) で規定される.

1) 抜合比 f で抜取検査を始め不良品が m 個発見されるまでの検査個数を n とする.

2) $n \geqq N$ のとき 1) にもどる.

3) $n < N$ のとき更に続く $\dfrac{1}{f}(N-n)$ 個の製品を 100% 検査してから, 1) にもどる.

§6. 製造の停止命令をもつ方式

今迄に述べて来た検査方式はすべて指定された

AOQL 以下に AOQ を保持するのみであり，劣つた品質の製造に対する penalty をきめていない．従つて品質を向上せんとする目的には応ずる所小なりと言わざるをえない．

しかし，この欠陥を検査方式の運用の面で補うことは可能である．Dodge が1943年の論文に述べているように，検査方式は，trouble の原因を速かに除去を刺戟するよう運用されるならば実際上最も有効である．このような刺戟は不良品を製造したら，製造者に penalty を加えることによつてなされる．抜取検査と 100% 検査とを同一人或は同じ group が行うことなく，100% 検査のみは製造部にやらせるならば，製造部に penalty をかけることになろう．即ち，抜取検査と 100% 検査とを分離した機能として取扱うのである．

Army Ordnance [8] はこの考えに従つて，検査手続きを標準化している．

Navy Ordnance の Rosenblatt と Weingarten は Dodge の方式において，引き続いた 100% 検査の回数に最大許容回数 N を導入し，これを越えるならば直ちに検査を中止し，検査員はどのような不良が出たかを製造者に報告し，製造者が trouble の原因をつきとめ，除去するまで再検査しないという方式に変更した．

このように，製造停止の判断規準を与えることは．連続生産型抜取検査で望ましいことである．

この Navy Ordnance の方式と同じ性質を Girshick と Rubin による方式はもつている．

Girshick と Rubin は製造の process に model によつて接近しようとした先駆者である．

彼等の model は機械の三つの状態を考えた．

(1) satisfactory production; 製品の特性 x が $f_1(x)$ なる密度函数をもつ．

(2) unsatisfactory production; 製品の特性 x が $f_2(x)$ なる密度函数をもつ．

(3) repair: (1) の状態から repair に移行したとき，各単位時間毎に cost c_3 が必要とされ，total repair time は n_3 とする．

(4) repair: (2) の状態から repair に移行したとき，各単位時間毎に cost c_4 が必要とされ，total repair time は n_4 とする．

[×] ここで time unit としては，製品1個作るに要する時間とする．

更に，状態 (1) から状態 (2) に移行する a priori な確率は状態 (1) における各時刻において g (一定) であると仮定する．

又，特性値 x の製品を製造したときの income を $V(x)$ とする．

a) 100% 検査のときの Optimum Quality Control Rule.

ある Rule R によつて，N time unit の間管理したときの平均 profit $I_N(R)$ は

$$I_N(R)=\frac{1}{N}\sum_{\text{状態}(1)}V(x)+\frac{1}{N}\sum_{\text{状態}(2)}V(x)-\frac{r_{3N}}{N}c_3-\frac{r_{4N}}{N}c_4$$

r_{iN} $(i=1,2,3,4)$; その N time unit の間に状態にあつた時間．

今 $\pi_{kN}=E\left(\frac{r_{kN}}{N}\right)$ とおくと

$$E[I_N(R)]=\pi_{1N}E(V(x)|f_1)+\pi_{2N}E(V(x)|f_2)-\pi_{3N}c_3-\pi_{4N}c_4$$

$$I(R)=\lim_{N\to\infty}E[I_N(R)]$$

そこで，optimum な方式 R^* は

$$I(R^*)=\max_R I(R)$$

と定義される．

次々と製造された製品の特性値を $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ とし，

$$y_k=\frac{f_2(x_k)}{(1-g)f_1(x_k)},\quad z_0=0,\quad z_k=y_k(1+z_{k-1})$$

と定義すると，統計量 $z_k(k=0,1,2,\cdots)$ と任意の正数 a によつて一群の方式が次の如く定義される．すなわち

$$R(a):\begin{cases}z_k\geqq a\to \text{直ちに repair の状態え移行させる.}\\ z_k<a\to\text{製造続行}\end{cases}$$

この一群の方式 $R(a)$ $(a>0)$ の中で optimum なもの $R(a^*)$ は

$$I(R(a^*))=\max_{a>0}I(R(a))$$

と定義され，更に驚くべきことは，

$$R^*=R(a^*)$$

が可成り弱い条件の下で成立つことである．

従つて残された問題は $V(x)$, c_3, c_4 に対して，a^* を求めることであるが，これには非常な数学的困難が伴う．

b) 抜取検査を用いるときの Optimum Quality Control Rule (破壊検査又は検査 cost を考慮した場合)

製品の特性値 x に対して income の函数として $V_0(x)$, $V(x)$ が次のように定義される．

$V_0(x)$; その製品が検査をうけないときの income

$V(x)$; 検査をうけたときの income

そうすると，Rule R を用い N 時間検査を続けたときの単位時間当りの平均 income は

$$EI_N(R)=\pi_{01N}E[V_0(x)|f_1]+\pi_{02N}E[V_0(x)|f_2]$$
$$+\pi_{1N}E[V(x)|f_1]+\pi_{2N}E[V(x)|f_2]$$
$$-\pi_{3N}c_3-\pi_{4N}c_4$$

$$\pi_{0iN}=E\left(\frac{r_{0iN}}{N}\right) \quad (i=1,2)$$

$$\pi_{jN}=E\left(\frac{r_{jN}}{N}\right) \quad (j=1,2,3,4)$$

r_{0iN}: N 時間中に，i なる状態で製造され，且つ検査をうけなかつた製品の数.

r_{iN} $(i=1,2)$: N 時間中に，i なる状態で製造され，且つ検査をうけた製品の数.

r_{jN} $(j=3,4)$: N 時間中の状態 j にある時間.

$$I(R)=\lim_{N\to\infty}EI_N(R)$$

$I(R^*)=\max_R I(R)$ が成立つとき R^* を optimum rule と云う．これは次のように特徴づけられる．すなわち

$$y_n=\begin{cases}\dfrac{f_2(x_n)}{(1-g)f_1(x_n)} & \left(\begin{matrix}n\text{ 番目の製品が検査され}\\\text{たとき.}\end{matrix}\right)\\ \dfrac{1}{1-g} & \left(\begin{matrix}n\text{ 番目の製品が検査され}\\\text{ないとき.}\end{matrix}\right)\end{cases}$$

$$z_n=y_n(1+z_{n-1}),\quad z_0=0$$

とし，修理を終えた機械の始めての製品は検査しないとすると，適当に $a^*, b^*\,(a^*>b^*>0)$ を選ぶと R^* は，

$z_n<b^*\to$ 検査しない.

$z_n\geqq b^*\to$ 直ちに検査開始.

$z_n\geqq a^*\to$ 検査中止，repair え移行.

で表わされる.

この場合にも矢張り a^*, b^* を求めることが困難である．しかしながら，計量検査であること，種々の cost を explicit に考慮していることの故に興味ある論文である.

Girshick & Rubin の方式は実際に計算することは困難であるが，I. R. Savage による modified sequential plan は Girshick & Rubin の方式の諸性質をもち，且つ計算可能なものである．Savage によると，各製品の製造毎に次の三つの Decision の中の一つがとられる.

(1) Stop the production process and attempt to improve outgoing quality

(2) Produce another item and inspect it.

(3) Produce and accept K more items.

Savage の方式は h_1, h_2, K, s で規定される．(ここに，$h_1, h_2>0$, $K>0$, $s<1$)

すなわち，製造の開始と共に 100% 検査をする．d_n を最初の n 個の製品中の不良品の数とすると，方式は

$$d_n\geqq h_2+sn \to \text{decision (1)}$$
$$-h_1+sn<d_n<h_2+sn \to \text{decision (2)}$$
$$d_n\leqq -h_1+sn \to \text{decision (3)}$$

(1) 又は (3) の decisisn をし，action をとつた後には再び 100% 検査を始める.

この方式の OC-函数 L_p, ある (1) 又は (3) の decision に達する迄の平均的な sample size $\bar{n}_p$, 及び AOQ は Wald の公式により

$$L_p=\frac{X^{h_1+h_2}-X^{h_1}}{X^{h_1+h_2}-X},\quad p=\frac{X^s-1}{X-1},\quad 0<X<p$$

$$\bar{n}_p=\frac{L_g(h_1+h_2)-h_2}{s-p}$$

$$\text{AOQ}=\frac{pKL_p}{L_pK+(1-s)\bar{n}_p+L_ph_1-(1-L_p)h_2}$$

§7. あとがき

以上，種々の方式について述べて来たが，夫々，一長一短があり完全なものは殆どない．これらは大別すると，Dodge の方式を発展させたものと，sequential test を応用したものとに分けられる．Wald と Wolfowitz の方式は後者に属する.

連続生産型抜取検査としては生産の停止命令をもつものが望ましい．又，長期平均的にみて最適なばかりでなく，spotty quality とか local stability 等の有限の範囲での好ましい性質をもつものがよいであろう.

工程が管理状態にあるという仮定は実際には満されないであろうから Wald と Wolfowitz の研究は広い適用範囲をもつであろう.

若し，工程が管理状態にあるという仮定が満されるならば，工程の不良率を検査の過程で推定し，工程管理をも同時に行うならば有効である.

Girshick & Rubin の論文に示されているように cost, income 等の経済的な要素を explicit に考慮することは今後の発展に役立つであろう.

統計数理研究所

参考文献

[1] H. F. Dodge, A Sampling inspection plan for continuous production, Ann. Math. Stat., Vol. 14 (1943)

[2] A. Wald & J. Wolfowitz, Sampling inspection plans for continuous production which insure a prescribed limit on the outgoing quality Ann. Math. Stat., Vol. 16 (1945)

[3] H. F. Dodge & M. N. Torrey, Additional continuous sampling inspection plans, I. Q. C., Vol. 7 (1951)

[4] G. J. Lieberman, A Note on Dodge's continuous inspection plan. Ann. Math. Stat., Vol. 24 (1953)

[5] G. J. Lieberman & Herbert Solomon, Multi-level continuous sampling plans. Ann. Math. Stat., Vol. 26 (1955)
[6] M. A. Girshick, A sequential inspection plan for quality control, Tech. Report No. 16, Applied Mathematics and statistics Laboratory, Stanford University (1954)
[7] I. R. Savage, A three decision continuous sampling plan for attributes, Tech. Report No. 20 Applied Mathematics and statistics Labatory, Stamford University (1955)
[8] M. A. Girshick & H. Rubin, A Bayes approach to a quality control model, Ann. Math. Stat. Vol. 23 (1952)
[9] A. H. Bowker, Continuous sampling plans, Proc. of the 3rd Berkeley Symposium on Math. Statistics and Probability Vol. V 1956.

統計数理研究所創立第12週年記念講演会並びに昭和31年度研究発表会開催について

本年度においては31年11月10日に，港区麻布富士見町 1，統計数理研究所講堂において創立記念講演会を催し，併せて，32年3月27,28日の両日，恒例の年度研究発表会を行つた．

記念講演会演題

1.	挨拶	所長事務取扱 稲田清助
2.	マス・コムミュニケイションの効果測定	第二研究部長 林 知己夫
3.	販売予測と生産管理	第三研究部長 青山博次郎

なお引続き継電器式万能計算機を公開した．(これについては本彙報の記事を参照せられたい)．

昭和31年度研究発表会アブストラクト

Momentsに基く分布のあてはめの精度について

石井恵一

最初のいくつかのモーメントを計算することによつて未知の分布に既知の分布を fit することがある．ところが有限ケのモーメントが一致しても，二つの分布の間に一般には必然的な距離のつながりはないのであるから，無反省にあてはめを行うことは危険である．そこで，例えばn次の(原点のまわりの)モーメントまでが一致しているような二つの分布の間には，一般的にはどのような関連があるかということと，更に特殊な条件を適当につけることによつて，どの程度のことが云えるのかということを考える必要がある．

まず，一般論としては，次の定理が成り立つ．

定理 1. Fを一次元実数空間の上の，(必ずしも正でない) σ-additive な集合函数で，total variation $\|F\|$ の有限なものとする．もし

$$\int x^k dF(x)=0,\ k=0,1,\cdots\cdots,n.$$

ならば F の変動について次のことが云える．F を，$F=F^+-F^-$，$F^+(A)=F(AD)$，$F^-(A)=F(AD^C)$ と表わしたとき (Jordan-Hahn 分解である)，$D\neq\phi$ $D^C\neq\phi$ ならば，D と D^C は，互いに他をいくつかの連結でない領域にわけるが，その個数は少くとも $n+2$ 以上である．

此のままの形では，わかりにくいが，たとえば，n ケの定点だけに正(又は 0)の確率を与える分布は，$n-1$ 次までのモーメントによつて，(存在すれば)一意的に定まるという周知の事柄も，上の定理の系として直ちに出てくる．更に定理の系として，

定理 2. $F(x)$, $G(x)$ を，それぞれ連続な密度函数 $f(x)$, $g(x)$ をもつ一次元の分布で，n 次のモーメントまで一致しているものとすれば，$f(x)$ と $g(x)$ のグラフは全く一致するか，又は，両曲線は少くとも $n+1$ ケの点で交わる．

これは，二つの分布の間に何ら距離的な結びつけを与えるものではないが，個々の問題に応じて，直観的には或る程度の目安となろう．

一般的には，上の程度のことしか云えないのであつて，具体的には，個々の問題の性質に応じた適当な制約のもとで，上の定理と，その場の具体的条件とを組み合わせれば，種々のかなり具体的な結果が出てくるわけであるが，それは問題によつて異なる断片的なこ