における個体の抽出率の他に，母集団における個体に平等な重みをおくか，あるいは個体の集まりである組織に平等な重みをおくか，といった分析の視角を明確にする必要がある．実例に沿って，2段サンプリングにより得られたデータに単純ランダムを仮定して解析した結果とここでのアプローチを比較したところ，後者の方が節約的なモデルを選択した．

参　考　文　献

Hansen, M.M. and Hurwitz, W.N. (1943). On the theory of sampling from finite populations, *Ann. Math. Statist.*, **14**, 333-362.

Horvitz, D.G. and Thompson, D.J. (1952). A generalization of sampling without replacement from a finite universe, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **47**, 663-685.

McCullagh, P. and Nelder, J.A. (1989). *Generalized Linear Models*, Chapman and Hall, London.

Skinner, C.J., Holt, D. and Smith, T.M.F. (1989). *Analysis of Complex Surveys*, Wiley, Chichester.

統計基礎研究系

Consecutive-k-out-of-n：Fシステム

平　野　勝　臣

本年度の研究

(1)　これまでの離散確率分布の研究のうち，待ち時間分布についての結果をまとめた (Aki and Hirano (1994)).

(2)　システムの信頼性について研究し，Consecutive-k-out-of-n：Fシステムの信頼性についてまとめた (平野 (1994)). この研究は来年度に継続される．

以上について報告した．ここでは平野 (1994) に基づいて Consecutive-k-out-of-n：Fシステムの信頼性について述べる．

Consecutive-k-out-of-n：Fシステムの信頼性

n 個の成分からなるシステムにおいて，連続した少なくとも k 個の成分が故障したとき，システムが機能しなくなるシステムを Consecutive-k-out-of-n：Fシステム (Con/k/n/F と略す) という．Con/k/n/F の例，拡張やその例を紹介した．成分間の仮定を分類することで，扱われている問題を整理し，どのようなことが研究されているのかを調べた．最も単純な場合の Con/k/n/F の信頼性はオーダーk の2項分布の値0をとる確率であり，Con/k/n/F を一般化した m-consecutive-k-out-of-n：Fシステムの信頼性は，オーダーk の2項分布の確率関数で与えられる．オーダーk の離散分布論で得られている結果は，このシステムの信頼性の研究に利用できる．例えば以下のようなことが指摘できる．

成分の信頼性を p (故障の確率を $q=1-p$) とすると，Con/k/n/F の信頼性は p の関数 $h(p)=h(p, k, n)$ でかける．p が時刻 t に依存している．即ち，T_i を成分 i の failure time とすると，$P(T_i \leq t)=p_i(t)$ は成分 i が時刻 t までに故障する確率を表す．成分は独立で同一の分布に従うとし，単に $p(t)$ とかく．また Con/k/n/F の failure　time を T とする．このとき，Con/k/n/F の，時刻 t での信頼性は $h(1-p(t), k, n)$ であり，時刻 t までに故障する確率は $P(T \leq t)=1-h(1-p(t), k, n)$ で与えられる．従って，$h(p, k, n)$ を求めれば，成分の故障の

確率が時間の経過とともに変わるモデルに利用できる．この計算の実行では，高速に $h(p, k, n)$ を求めることが重要になる．システムの lifetime についての議論，T のモーメント（とくに平均や分散），$P(T \leq t)$ や pdf を陽に求めること，また $P(T \leq t)$ の評価，例えば，$n \to \infty$ のときの極限分布，などの議論がなされていることを紹介した．

参考文献

Aki, S. and Hirano, K. (1994). Distributions of failures and successes until the first consecutive k successes, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **46**, 193-202.

平野勝臣 (1994). Consecutive-k-out-of-n：F システム，統計数理，**42**(1), 45-61.

統計モデル評価規準の構成

小 西 貞 則

情報量規準 AIC は，最尤法に基づく予測分布の構成と Kullback-Leibler 情報量の採用によって，極めて適用範囲の広い柔軟なモデル評価規準となり，諸分野の現象解明に大きく寄与してきた．現在，計算機の発展・普及にともない，あらゆる分野でより複雑かつ高次の情報処理の必要性が生じ，最尤法の枠をはずしたモデル，ベイズアプローチによるモデル等，多様な統計モデルの構築が試みられている．このような状況に対応して，様々なモデルを評価するための規準構築を目的として研究を行った．

いま，想定したモデルの密度関数を $f(x \mid \boldsymbol{\theta})(\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Theta} \subset \Re^p)$，未知の確率分布 $G(x)$ からの大きさ n の標本を $\boldsymbol{X}_n$ とする．このとき，将来観測されるデータ z に対する予測分布を何らかの方法で構成し，これを $h(z \mid \boldsymbol{X}_n)$ とおく．例えば，パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の推定量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ に対して，$h(z \mid \boldsymbol{X}_n) = f(z \mid \hat{\boldsymbol{\theta}})$ を用いるのも一つの方法である．この種の予測分布に対する評価規準の構成については，小西 (1993) で検討した．

一方，ベイズアプローチに基づいて構成された予測分布に対する評価規準の構成を考えるとき，パラメータの推定値を通して直接陽に表現できない予測分布も含めて検討する必要がある．このような予測分布に対する評価規準構成の第一段階として，一般に

$$(1) \qquad h(z \mid \boldsymbol{X}_n) = f(z \mid \tilde{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{1}{n} k(z \mid \tilde{\boldsymbol{\theta}}): \qquad \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{n} \hat{\boldsymbol{\varphi}}$$

の形で与えられる予測分布について考察する．これは，ベイズアプローチに基づく基本的な予測分布が，Laplace Method の適用によって (1) 式の形に帰着されることを用いている（例えば，Tierney and Kadane (1986)）．

このとき，ある正則条件のもとで，予測分布 $h(z \mid \boldsymbol{X}_n)$ の平均対数尤度の推定量として与えられる情報量規準は

$$(2) \qquad IC(\boldsymbol{X}_n\,;\, \hat{G}) = -2 \sum_{\alpha=1}^{n} \log h(X_\alpha \mid \boldsymbol{X}_n) + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{p} \sum_{\alpha=1}^{n} T_i^{(1)}(X_\alpha\,;\, \hat{G}) \left[\frac{\partial \log f(X_\alpha \mid \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \right]_{\theta = \hat{\theta}}$$

となる．ただし，推定量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ は p 次元汎関数ベクトル $\boldsymbol{T} = (T_1, \ldots, T_p)'$ に対して，$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{T}(\hat{G})$ で与えられ，$T_i^{(1)}(X_\alpha\,;\, \hat{G})$ は，T_i の経験影響関数とする．通常，ベイズアプローチに基づいて構成された予測分布に対しては，(1) 式の推定量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ は最尤推定量となる．

標本数がモデルのパラメータ数と比してそれほど大きくないとき，(2) 式の右辺第二項のバイアス補正は有効に働かない．このような場合には，解析的に求めた情報量規準 (2) を予測分