を考える事は，実用的に意義がある．今回の報告では，最も簡単な形であるFARIMA $(0, d, 0)$ のケースについてプログラムを組み，シミュレーションを行った．標本数100でも精度は十分といえる．

しかし，一旦AR項やMA項が入ってくると，たとえそれが有限次元であっても，観測時系列の（偏）自己相関は超幾何関数を含み，exactにガウス尤度を計算することができない．また，元来 $(0, d, 0)$ であっても，時間の後退作用素に関して二項展開することで，無限次のARあるいはMAで表現可能なことから，パラメータの識別問題が生じる．ARを含むケースで実際にWhittle法を行うと，$(0, d, 0)$ のときに較べて階差パラメータの推定精度は悪化する．どのみち近似的ではあっても，時間領域での推定がこのような問題を解決できるかどうかは，検討に値する．また，このような形でモデルや分布を基礎に置かないやりかたで，inverse power lawを計算するスキームも存在するので，それらとのempiricalな比較も今後の検討課題である．

マルコフ連鎖モンテカルロ法と適応的デザイン

伊 庭 幸 人

最近，それまで得られたデータに従って次にデータを獲得する点を選定するという考え，いわば適応的デザイン（適応的サンプリング）とでもいうべき手法への関心が高まっている．

適応的デザインへのひとつのアプローチとして，ベイズモデルの事後分布を利用することが考えられる．事後分布は，誤差の大きさの情報，いいかえれば，どこに情報が不足しているかという情報を含んでいるので，それを利用してサンプリングを行なうのは理にかなったことである．しかし，離散モデル・非ガウスモデルの場合には，必要とされる周辺事後分布を計算するのが難しい．そのためには，筆者が以前から研究しているマルコフ連鎖モンテカルロ法を利用することがひとつの方法である．この場合のアルゴリズムは，簡単にいえば，

- ベイズモデルのもとでの周辺事後分布をマルコフ連鎖モンテカルロ法によって計算する．
- それを利用して追加のデータをとる点を決め，そこでデータをとる．
- そのデータを追加したときの周辺事後分布をマルコフ連鎖モンテカルロ法によって計算する．

を繰り返すことになる．

今回は，2次元イジング模型による画像再構成（あるいはmissing dataの推定）の問題を考えた．既知の画素は確実であるとし，残りの画素を推定するタイプの問題を扱った．また，非実際的ではあるけれども，数値実験に使用する“真のパターン”（模擬データ）としては，推定に使用するイジング模型と同じ結合定数 J を持つイジング模型で生成されたパターン（snap-shot）を使用した．周辺事後分布をどう利用するかは一意的ではないが，

1. 格子点 (ij) が黒 $(+1)$ である周辺確率と白 (-1) である周辺確率のうち，大きい方を q_{ij} とする．
2. q_{ij} が小さい（1/2に近い）点 (ij) を次にデータをとる点に選ぶ．

という方法を用いた．これは“いままでに得られた情報の少ない点を選ぶ”という方針のうちもっとも簡単なものである．

結果の例は図1に示した．大きさ 60×60，周期境界条件，結合定数 $J=1/2.45$ の2次元正方格

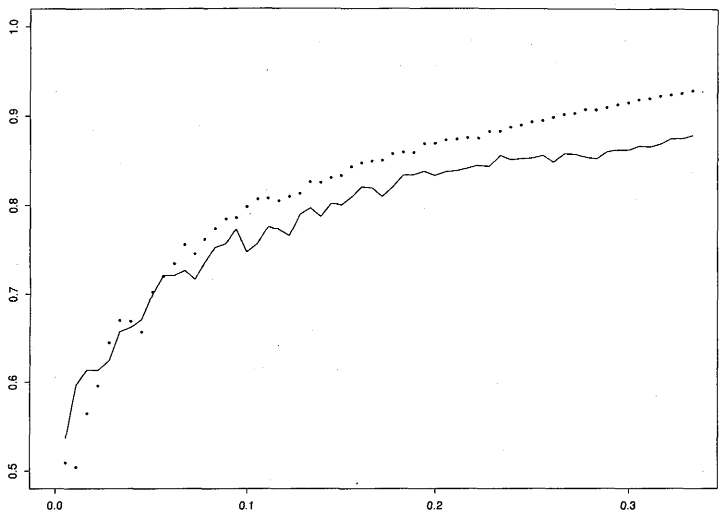

図1. 横軸がデータ点（既知の画素）の比率，縦軸が推定されたパターンと真のパターンとの重なり．上の点線が適応的サンプリング，下の折れ線がランダムサンプリングに対応．

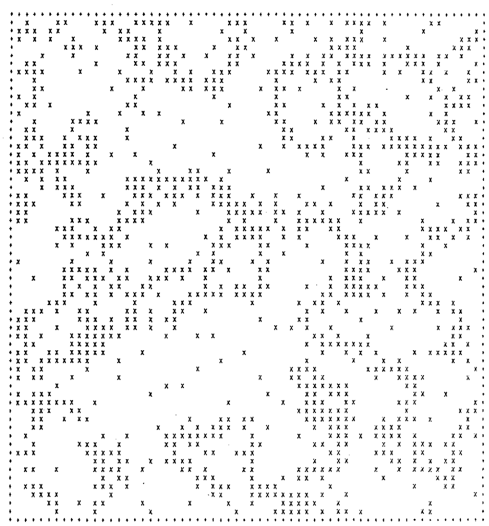

図2. 適応的サンプリングによって選ばれたデータ点（既知の画素）の分布の例．データ点を×印，未知の画素を空白で示す．

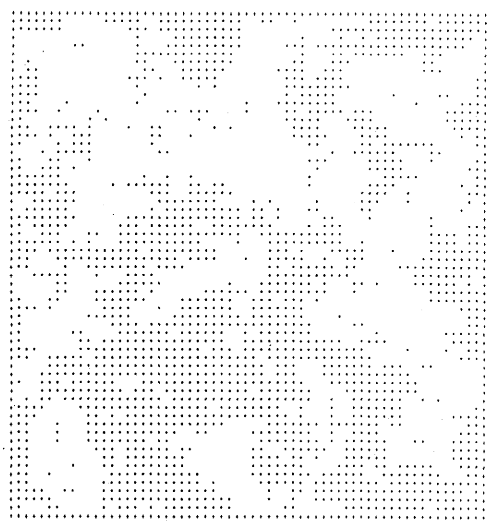

図3. 図2に対応する“真のパターン”（模擬データ）．+1を黒（点），−1を白（空白）でそれぞれ示す．

子上のイジング模型を考えた．図1の上の点線が“適応的サンプリング”によるもので，データ点1個を追加するごとにそれまでのデータ全体を使って周辺確率を計算し，次のデータ点をとるという方法で得た結果である（周辺確率は50MCSを捨てたあとの100MCSで計算．また，周辺確率が0.5に“もっとも近い”点をとるかわりに，“もっとも近い点に近い”点を複数候補に選んで，その中からランダムに選んだ）．下の折線は比較用の“ランダムサンプリング”によるもので，単にその時点で残った点のなかからランダムに次のデータ点を選んでいった場合である．“適応的サンプリング”の方がすぐれていることがわかる．

図1の結果は，模擬データやサンプリングのプロセスについて平均したものではないが，もう少し大きさが小さくて結合定数の小さい系で何回も平均をとって調べた結果もあり，同じような結論が得られている．報告会ではそれについても話した．

また，格子上の33%の点が観測されており，66%の点が未知であるという時点での“適応的サンプリング”のデータ点（既知の画素）の分布を図2に示した（推定されたパターンの図ではないことに注意）．不規則なリング状の分布が現れているが，これは真のパターン（図3）の黒のクラスターと白のクラスターの境界に対応すると考えられる．

関数空間上の線形計画問題に対する主双対内点法

伊藤　聡

文部省在外研究員として米国ノース・キャロライナ州立大学滞在中，同大学数学科C.T. Kelley教授およびドイツ・トリア大学数学科E.W. Sachs教授とともに，関数空間上の線形計画問題に対する主双対内点法の理論および実装に関する研究を行った．

1984年にKarmarkarが多項式オーダーの新しい解法を発表して以来，内点法と呼ばれる一連のアルゴリズムは線形計画問題その他に対する有力な計算手法として認識されている．内点法は反復法であり，各反復において連立1次方程式を解くことにより探索方向を求める．計算時間の多くがこの連立1次方程式を解くことに費やされるため，これを如何に効率的に解くかが内点法の実装の鍵を握っている．また大規模な問題に対しては係数行列の疎構造を積極的に利用することも必要不可欠である．

一方，ここ数年集中定数系や分布定数系における離散時間の最適制御問題を，SQP（逐次2次計画法）の枠組みの中で，内点法を用いて解こうとする試みもいくつか行われている（S. Wright (1993) およびLeibfritz and Sachs (1994) 参照）．対象となっている問題は連続時間の最適制御問題を時間的・空間的に離散化して得られた潜在的に大規模な有限次元の非線形計画問題であり，彼らはSQPの各反復に現われるラグランジュ関数のヘッセ行列および制約関数のヤコビアン行列の疎構造を利用したアルゴリズムを提案している．

以上を背景にして，本研究では，連続時間の最適制御問題に直接適用することを目的として，まず関数空間上の線形計画問題に対する内点法アルゴリズム（特に主双対内点法）について考察した（主双対内点法については，Megiddo (1989), Kojima et al. (1989), Monteiro and Adler (1989) 等を参照）．ただし，ヒルベルト空間L^2の正錐および負錐は内点を持たないため，内点の定義として通常とは異なるものを用いる必要がある．また無限次元空間上で考えているため，内点法の各反復における連立1次方程式（正確には，双対変数の探索方向を求めるための1次方程式）を直接法で厳密に解くことはもはや意味を持たず，反復法を用いて近似的に解くことが必要となる．

反復法を用いる際，初期段階では粗く，最適解に近づいていくにつれて高い精度で解いてい