

布の平均対数尤度の一つの推定量とみて、さらにバイアスの二次補正

$$E_{X_n} = \left[ IC(X_n; \hat{G}) / (-2n) - \int g(z) \log h(z | X_n) dz \right]$$

を行う必要がある。実際、この項には事前分布  $\pi(\theta)$  の高次微分が含まれ、事前分布の尤度に対する影響の強さを反映する項でもある。このバイアス補正項は極めて複雑な形をしているが、このような問題に対しては、ブートストラップ法の適用が有効で、数値的にバイアスの二次補正を実行することが可能となる。

### 参考文献

- 小西貞則 (1993). 予測誤差推定とブートストラップ法, Research Memo., No.482, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.  
 Tierney, L. and Kadane, J.B. (1986). Accurate approximations for posterior moments and marginal densities, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **81**, 82-86.

### 統計量のなめらかさと漸近展開に関するいくつかの結果

吉田 朋広

マリアヴァン解析の統計学への応用に関して、混合型分布の漸近展開、マルチンゲールに対する漸近展開、バナッハ空間に値をとる汎関数と推定量の滑らかさに関する研究を行った。ここではとくにマルチンゲール中心極限定理の精密化に関する結果についてのべる。

独立観測の場合のクラメル条件に対応する条件として、マルチンゲールに対して部分積分可能性を仮定すると、マルチンゲールに対する漸近展開が証明できる。

連続マルチンゲールの triangular array  $(M_{n,t}: 0 \leq t \leq T_n)$ ,  $n \in \mathbf{N}$ , を考える。各マルチンゲール  $(M_n(t): 0 \leq t \leq T_n)$  は確率空間  $(W_n, P_n)$  上で定義されているとする。0 に収束する正数列  $(r_n)$  をとる。 $(W_n, P_n)$  上の汎関数  $\phi_n(w)$  が  $0 \leq \phi_n \leq 1$  であり、もし  $\phi_n(w) > 0$  ならば  $T_n \leq \tau_n$  がなりたつとする。ここで、 $\tau_n$  は停止時で

$$r_n^{-1+a} (\langle M_n \rangle_{T_n \wedge \tau_n} - 1) \leq 1$$

を満たすとする。 $a$  は  $0 < a < 1/3$  なる定数。簡単のため、 $M_{n,\tau_n}$  を  $M_n$ ,  $\langle M_n \rangle_{T_n}$  を  $\langle M_n \rangle$  と表す。

THEOREM. ある確率空間上に確率変数  $(Z, \xi)$  が存在して

$$(M_n, r_n^{-1} (\langle M_n \rangle - 1)) \rightarrow^d (Z, \xi)$$

とする。 $M_n$  に対して部分積分の設定を仮定する。このとき、任意の  $p > 1$  に対してある定数  $C_p$  が存在して

$$\sup_x \left| E[1_{(-\infty, x]}(M_n)] - \int_{(-\infty, x]} p_n(z) dz \right| \leq 2 \|1 - \phi_n\|_1 + C_p r_n^{-(1-a)/2} \|1 - \phi_n\|_p + o(r_n)$$

が任意の  $n \in \mathbf{N}$  に対して成り立つ。ここで、

$$p_n(z) = \phi(z) + \frac{1}{2} r_n \partial_z^2 (E[\xi | Z=z] \phi(z)).$$

## 参 考 文 献

Yoshida, N. (1994). Malliavin calculus and asymptotic expansion for martingales, Research Memo., No. 504, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

## 知的統計モデルについて

松 縄 規

統計科学に於ける各種モデルの位置づけと意味を考察した。モデルとして基礎モデル, 発展モデル, 知的モデルを提案した。基礎モデルは広い意味でのデータに基づいて構築される。この際筆者がこれまでに考えてきた観測対象と観測機構の間の統計的不確定性を考慮しそのことと関連する統計的基礎方程式を利用して基礎モデル  $P$  を構築する立場を取った。

統計モデルの一つの理想は数理に裏打ちされた統計基礎構造, その構造変化を検知する機構, その変動を制御する機構, それらに加えてモデル自身が学習する機能を持つことである。これらの共通部分の機能を持つモデルは一種の知的モデルと見做し得るものでありそれについて他のモデルとの関連と位置づけを述べた。このモデルほどには水準は望めないが部分的にそれに近い機能をもつものとして発展モデルを考えた。

基礎モデル  $P$  が定まっている時, その平均等の統計的状态が断続的に変化すると  $P$  はどう変化するだろうか? これに対し  $P$  から出発し各段階で最適なモデルの列  $\{Q_k\}$ , ( $k=1, 2, \dots$ ) を構成, 第  $m$  段階で, 予め設定した許容誤差の範囲内で, 未知の発展モデル  $Q$  に原理的に到達出来る。  $Q$  は K-L 情報量が  $I(Q; Q_m) \rightarrow 0$  ( $m \rightarrow \infty$ ) となる様に探索をし実現される:  $F_k = \{Q_i; i=1, 2, \dots, k\}$ , ( $k=1, 2, \dots$ ) を独立な  $k$  個の平均条件を満たす確率分布族の縮小列とする。ルジャンドル変換により K-L 情報量間の情報収支が成立つ:  $I(Q; Q_{k-1}) = I(Q; Q_k) + I(Q_k; Q_{k-1})$ , ここに  $Q_0 \equiv P$ ,  $Q_k \in F_k$  ( $k=1, 2, \dots$ )。右辺第1項は分布システム  $\{Q; Q_k\}$  の内部生成情報量を, 第2項は第  $k$  段更新時の基礎モデル分布  $Q_{k-1}$  から更新モデル  $Q_k$  への輸送情報量を表わす。上述の更新に対応し内部生成情報量の単調減少列を構成出来る。従って  $I(Q; Q_m) \rightarrow 0$  ( $m \rightarrow \infty$ ) を得る。輸送情報量についても  $I(Q_m; Q_{m-1}) \rightarrow 0$  ( $m \rightarrow \infty$ ) となるから,  $P \rightarrow Q_1 \rightarrow Q_2 \rightarrow \dots \rightarrow Q_m$  の様にモデルを逐次更新して, 十分大きな  $m$  に対し  $Q \cong Q_m$  と出来る。

## 空間における smoothness prior の使い道について

尾 形 良 彦

地震の震源位置は通常, 各観測地点で計測された地震波の到達時刻のデータを使って最小自乗法によって推定されるが, 正確に決定するためには震央の周りに十分密な観測点が必要である。現在, 世界には 1500 に昇る常時観測地点がある。数多くの観測地点の到達時刻データを集めようとするほど震源決定までには長い時間がかかるが, こうして決められた震央分布は精密で, たとえば地球の表面がいくつかのプレートに分割されていることがくっきりと示される。

長野県松代にある気象庁地震観測所の群列地震観測システム (MSAS) は半径 5 km ほどの円周と中心の 7 地点にほぼ等間隔に置かれた地震計からテレメータによって同時に地震波データを集約するもので, 地震波が観測されれば, これらによってだけでも広域的な震央を決める