ラメータは，通常カルマンフィルタで尤度が計算できることを利用し，数値的最適化により最尤推定値を求めている．

近年，非線形·非ガウス型の状態空間モデルの利用が盛んになってきているが，高次元の複雑なシステムを扱う方法としてモンテカルロ・フィルタ (Kitagawa (1993)) が提案されている．モンテカルロ·フィルタは複雑なモデルを簡単に取り扱うことができるという特長があるが，問題点は上記のパラメータ推定において尤度関数にサンプリング誤差が含まれることである．その対策としてはいくつかの方法が考えられているが，ここではパラメータを状態ベクトルに繰り入れ同時に推定する方法を示す．

状態空間モデル

(1) $$x_n=f(x_{n-1}, v_n|\theta), \qquad y_n=h(x_n, w_n|\theta)$$

を考えるものとする．ただし，y_n は時系列，x_n は未知の状態ベクトル，θ はパラメータ，v_n はシステムノイズ，w_n は観測ノイズとする．ここで，状態ベクトル x_n を拡大し，$(x_n^t, \theta^t)^t$ を新たに状態ベクトルとすると

(2) $$\begin{bmatrix} x_n \\ \theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} f(x_{n-1}, v_n|\theta) \\ \theta \end{bmatrix}$$

によりパラメータを状態ベクトルに含んだ拡大モデルが得られる．非線形・非ガウス型モデルはこのような非線形モデルも取り扱うことができる．したがって，非ガウス型フィルタあるいはモンテカルロ・フィルタを用いて x_n と θ を同時に推定することができる．

また，この方法では状態ベクトルを $(x_n^t, \theta_n^t)^t$ とし，例えば，

(3) $$\theta_n=\theta_{n-1}+u_n$$

等のモデルを用いることにより，時間とともに変化するパラメータの場合にも拡張することができる．

参考文献

Kitagawa, G. (1993). A Monte Carlo filtering and smoothing method for non-Gaussian non-linear state space models, Research Memo., No. 462, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

長記憶時系列の時間領域 MLE について

川 崎 能 典

ARIMA モデルの階差次元は，通常 1 や 2 という整数値をとるものと考えられているが，これを非整数次元に拡張したものを fractional ARIMA (FARIMA) モデルという．AR 項や MA 項が定常性の条件を満たし，かつ階差次元の絶対値が 1/2 未満の時，このモデルに従うプロセスは定常である．しかし，定常 ARMA では満たされる自己相関の絶対総和可能性が成り立たず，過去のイノベーションの影響は無限に遠くてもゼロとはならない．従って，fractional ARIMA モデルは，long-range dependence を表現するひとつのモデルであると言える．

ここで考える推定法は，ガウス尤度を近似なしに直接計算しようというものである．いわゆるスペクトル尤度を最大にする Whittle 法は，このケースでも漸近的に Gaussian MLE と同等であるが，シミュレーションの結果では，標本数が 500 程度はないと，漸近理論での分散に近づかない．従って，計算量が増えるとはいえ，標本が数百程度の状況で時間領域での最尤推定

を考える事は，実用的に意義がある．今回の報告では，最も簡単な形であるFARIMA $(0, d, 0)$ のケースについてプログラムを組み，シミュレーションを行った．標本数100でも精度は十分といえる．

しかし，一旦AR項やMA項が入ってくると，たとえそれが有限次元であっても，観測時系列の（偏）自己相関は超幾何関数を含み，exactにガウス尤度を計算することができない．また，元来 $(0, d, 0)$ であっても，時間の後退作用素に関して二項展開することで，無限次のARあるいはMAで表現可能なことから，パラメータの識別問題が生じる．ARを含むケースで実際にWhittle法を行うと，$(0, d, 0)$ のときに較べて階差パラメータの推定精度は悪化する．どのみち近似的ではあっても，時間領域での推定がこのような問題を解決できるかどうかは，検討に値する．また，このような形でモデルや分布を基礎に置かないやりかたで，inverse power lawを計算するスキームも存在するので，それらとのempiricalな比較も今後の検討課題である．

マルコフ連鎖モンテカルロ法と適応的デザイン

伊 庭 幸 人

最近，それまで得られたデータに従って次にデータを獲得する点を選定するという考え，いわば適応的デザイン（適応的サンプリング）とでもいうべき手法への関心が高まっている．

適応的デザインへのひとつのアプローチとして，ベイズモデルの事後分布を利用することが考えられる．事後分布は，誤差の大きさの情報，いいかえれば，どこに情報が不足しているかという情報を含んでいるので，それを利用してサンプリングを行なうのは理にかなったことである．しかし，離散モデル・非ガウスモデルの場合には，必要とされる周辺事後分布を計算するのが難しい．そのためには，筆者が以前から研究しているマルコフ連鎖モンテカルロ法を利用することがひとつの方法である．この場合のアルゴリズムは，簡単にいえば，

- ベイズモデルのもとでの周辺事後分布をマルコフ連鎖モンテカルロ法によって計算する．
- それを利用して追加のデータをとる点を決め，そこでデータをとる．
- そのデータを追加したときの周辺事後分布をマルコフ連鎖モンテカルロ法によって計算する．

を繰り返すことになる．

今回は，2次元イジング模型による画像再構成（あるいはmissing dataの推定）の問題を考えた．既知の画素は確実であるとし，残りの画素を推定するタイプの問題を扱った．また，非実際的ではあるけれども，数値実験に使用する“真のパターン”（模擬データ）としては，推定に使用するイジング模型と同じ結合定数 J を持つイジング模型で生成されたパターン（snap-shot）を使用した．周辺事後分布をどう利用するかは一意的ではないが，

1. 格子点 (ij) が黒 $(+1)$ である周辺確率と白 (-1) である周辺確率のうち，大きい方を q_{ij} とする．
2. q_{ij} が小さい（1/2に近い）点 (ij) を次にデータをとる点に選ぶ．

という方法を用いた．これは“いままでに得られた情報の少ない点を選ぶ”という方針のうちもっとも簡単なものである．

結果の例は図1に示した．大きさ 60×60，周期境界条件，結合定数 $J = 1/2.45$ の2次元正方格