

## 予測制御研究系

## モンテカルロフィルタ

北川源四郎

時系列  $y_n$  が次のような非線形・非ガウス型状態空間モデルによって生成されているものとする。

$$(1) \quad x_n = f(x_{n-1}, v_n), \quad y_n = h(x_n, w_n)$$

ただし、 $x_n$  は  $k$ -次元状態ベクトル、 $v_n$  と  $w_n$  は  $l$ -次元および  $1$ -次元の白色雑音で、それぞれ密度関数  $q(v)$  および  $r(w)$  を持つものとする。また、 $f$  と  $h$  はそれぞれ、適当な次元の非線形関数で、 $x$  が与えられたとき  $y = h(x, w)$  は逆関数  $w = g(x, y)$  を持つと仮定する。さらに、初期状態  $x_0$  は密度関数  $p(x_0)$  に従って分布しているものとする。

Kitagawa (1987) では、このような非線形・非ガウス型モデルのフィルタリングおよび平滑化のための数値的な方法を提案した。この方法はきわめて精度がよく、また広範なモデルに適用できるという特長を持つが、数値積分を必要とすることから高次元のシステムへの適用には困難があった。そこで、フィルタに現れる各密度関数をその実現値を用いて表現する方法を開発した。この方法を用いると、数値的方法では最も計算量を要する予測のステップを、(1)式に基づく簡単な計算で実現することができる。

フィルタリングに必要な予測分布、フィルタ分布およびシステムノイズの分布を  $m$  個の実現値により表現することにより、以下のようなフィルタリングのためのアルゴリズムが得られる。

1. 各分布の近似に用いる実現値の数  $m$  を定める。
2. 初期値の分布  $p_0(x)$  に従う  $k$ -次元乱数を  $m$  個生成する。
3. 以下のステップを  $n=1, \dots, N$  について繰り返す。
  - (a) システムノイズの密度関数  $q(v)$  に従う  $l$ -次元乱数  $v_1^{(n)}, \dots, v_m^{(n)}$  を生成する。
  - (b)  $t_j^{(n)} = f(s_j^{(n-1)}, v_j^{(n)})$  を  $j=1, \dots, m$  について計算する。
  - (c)  $\alpha_j^{(n)} = r(g(y_n, t_j^{(n)}))$  を  $j=1, \dots, m$  について計算する。
  - (d)  $t_1^{(n)}, \dots, t_m^{(n)}$  のリサンプリングにより、分布関数  $(\sum_{j=1}^m \alpha_j^{(n)})^{-1} \sum_{j=1}^m \alpha_j^{(n)} I(x, t_j^{(n)})$  に従う実現値  $s_1^{(n)}, \dots, s_m^{(n)}$  を生成する。

## 参考文献

- Kitagawa, G. (1987). Non-Gaussian state space modeling of nonstationary time series, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **82**, 1032-1063.
- Kitagawa, G. (1993). A Monte Carlo filtering and smoothing method for non-Gaussian non-linear state space models, Research Memo., No. 462, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

## 民間最終消費支出の状態空間モデルによる解析

川崎能典

民間最終消費支出は、経企庁が四半期ごとに公表する「国民所得統計速報」中の一項目であり、国民経済の消費動向を示す最もメジャーなマクロ経済指標である。昨92年6月に公表された第1四半期(1-3月期)の速報によれば92年第1四半期の消費は、季節調整済みで前期比0.92%の伸びであった。更にこの後昨年9月に公表されたGNP統計では、実質消費は前期比で伸び0%(正確には-0.03%)と、4-6月期の統計が公表されてはじめて官民ともに消費の落ち込みについて認識が一致するに至ったと言っ