

のように、外乱の相関関数  $\langle \mu(u, W)\mu(v, W(t)) \rangle$  と原確率微分方程式の補助過程

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{U}(t) &= M(\mathbf{U}(t)), & \mathbf{U}(0) &= U, \\ R(U, t) &= e^{-\int_0^t ds S(U(s))}, & S_{ij}(U) &= -\frac{\partial}{\partial U_i} M_j(U) \end{aligned}$$

に関する知識から計算される。これに対し通常の FP 方程式の拡散係数は単に相関関数の積分値  $\int_0^t ds \langle \mu(u, W)\mu(u, W(s)) \rangle$  で与えられる。従って、簡約 GFP 方程式は補助過程を介して外乱の詳細な情報を取り入れていると言えよう。

#### 4. 不規則振動の例

有色正規過程  $W$  で駆動される不規則振動

$$\left[ \begin{aligned} \frac{d}{dt} X &= Y \\ \frac{d}{dt} Y &= -\alpha Y - \omega^2 X + W \\ \frac{d}{dt} W &= -\beta W + \sigma v(t) \end{aligned} \right]$$

の場合、簡約 GFP 方程式は次の形をもつ：

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, y, t) = -\frac{\partial}{\partial x} y f - \frac{\partial}{\partial y} (-\alpha y - \omega^2 x) f + \lambda_{21}(u) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} f + \lambda_{22}(u) \left( \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 f.$$

この解は真の確率密度  $f(u, t)$  に一致する。一方、通常の FP 方程式を用いれば、 $\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} f$  の項が欠落し、正しい確率密度が得られない。

尚、正規過程に従わない外乱に対しては、2次のみならず高次の相関関数の情報を選択的に取り入れることが必要となる。そのためには未知関数  $M_0(U)$  を導入したうえで、展開  $M = M_0 + \varepsilon M_1 + \varepsilon^2 M_2 + \dots$  を行い、高次相関の情報を  $M_0$  に繰り込めばよい。

## 調査実験解析研究系

### ジーニ統計学方法論の解析的展開について

田口時夫

平均差に代表されるジーニ統計学における代表値・散布度及び線形相関・回帰等に関する記述統計量は、「外積モメント系」を設定する事によって、ピアソン統計学と同様に、統一的な表現体系を与える事が出来る。その表現形式は一定の条件を加える事によって局所的な記述体系に制限する事も出来る。他方上記の外積モメントを平均値  $\mu_x$  の倍数で除去した相対的外積モメントで置換するならば、ジーニ係数やエンゲル弾力性係数に代表されるような非線形記述システムを形成する事が出来る。以上の研究結果は、Tokio Taguchi, A Characterization of Gini's Statistics — On a System of Vector Analysis of Distribution に纏められた論文として、Roma 大学統計学研究所機関誌 *Metron* に受理された。一方、パレート型所得分布をその本質的特性に基づいて拡張した形式は、Tokio Taguchi, A Concentration Analysis of Income Distribution Model and Consumption Pattern — Introduction of Logarithmic Gamma Distribution and Statistical Analysis of Engel Elasticity に纏められた論文として Bologna 大

学統計学部機関誌 *Statistica* に受理された。

此の拡張された所得分布の特性量は、パレート係数や局所エンゲル弾力性係数の拡張形式を与えるものであり、ジブラ係数がジーニ係数に標準形式の正規分布  $\Phi(x)$  の逆関数を適用して表現されるように、相対的外積統計量にガンマ分布  $\Gamma(x)$  やベータ分布  $B(x)$  の逆関数によって表現される。この点における共通性から、此等のパラメータ表現形式は今後「グレート統計量」として所得分布の各種特性量の推測に活用されることが期待され、且つ展望出来る。

## D & D における画像データの扱い

丸山直昌

D & D (Data and Description) は統計データをリスト形式のテキストファイルによって記述するデータ記述文法である。これは慶応大学の渋谷政昭・柴田里程両氏によって提案され、共同研究のテーマとなっている EJDA (統計データの電子ジャーナル) でもデータ記述の標準方式として位置付けている。D & D では統計データを特定のコンピュータソフトウェアには依存しない形で表現し、人間も読むことができることを目標としているため、内容としてはテキストデータとして表現できるデータのみを扱ってきた。ところがここ一・二年、画像データを扱うコンピュータのハードウェア及びソフトウェアが急速に発展してきており、D & D 文法の面でも画像データの取扱いは避けて通ることができない問題となってきた。

画像データは一般にデータ量が多く、またテキストデータとして表現することは適切ではないので、D & D の文法にある外部データ宣言 (external 宣言) を用いてバイナリーデータとして扱う他はない。しかし画像データをバイナリーデータとして表現する方法は現在多くの方式が提案されていて、どれも決定版とは言い難い。又 D & D において画像データを扱う場合、(1) データ本体の説明などの必要上データ記述の一部として画像データを取り入れる場合、(2) 画像データそのものをデータ解析の対象として扱う場合、の2通りがあり得る。これらの問題点をふまえて D & D における画像データの取扱い方法について現在研究中であり、関連ソフトウェアの設計と試作を行っている。

## 調査と解析の一話題

坂元慶行

たとえば回帰分析で多項式回帰モデルを用いたとすると、低次のモデルでデータの構造を表現しきれない場合、不適切な次数の上昇は推定値の不安定を招いたりパラメトリック・モデルに特有のくせをデータに押しつけることになり、望ましい結果は得られない。このような場合、推定値が滑らかに変わるといふ条件の下で尤度を最大化することによってパラメータの推定値を決める方法が有効である。問題は滑らかさのウェイトをどう決めるかであるが、赤池は、この問題をベイズ型モデルの事前分布のパラメータ、いわゆるハイパー・パラメータの選択の問題と見なして、周辺尤度最大化による決定法を提案した。これを基礎にした“ABIC 最小化事後モード法”とでも称すべき推定法は多くの現実の問題に適用され、極めて有用な解析結果を生み出してきた。

ところで、“ABIC 最小化事後モード法”は、通常、冒頭で述べたような状況、すなわち、パラメータ  $\theta$  でデータ  $x$  を規定するモデル  $f(x|\theta)$  の推定が問題であるが、推定法設計上の技法としてハイパー・パラメータ  $\omega$  をもつ事前分布  $\pi(\theta|\omega)$  を想定し、この事前分布を利用することによって  $f(x|\theta)$  のよい推定値を得ることをめざすという状況で用いられる。しかし、ABIC の定義式の第1項の尤度  $\int f(x|\theta)\pi(\theta|\omega)d\theta$  は  $f(x|\omega)$  と書けるから、ABIC は、パラメータ  $\omega$  を最尤法で決めたときの  $f(x|\hat{\omega})$  のよ