Mech., **229**, 291-310.
Robert, R. and Sommeria, J. (1992). Relaxation towards a statistical equilibrium state in two-dimensional perfect fluid dynamics, *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 2776-2779.
Ting, A.C., Chen, H.H. and Lee, Y.C. (1987). Exact solutions of a nonlinear boundary problem, The vortices of the sinh-Gordon equation, *Physica D*, **26**, 37-66.

格子渦管モデルとランダム移流項モデルと流体乱流

東京工業大学 理学部　田 口 善 弘
神戸大学 理学部　高 安 秀 樹

流体の乱流を研究する場合，Navier-Stokes 方程式から出発するのが常道である．しかし，現在のところ，乱流が生じるようなパラメーター領域で Navier-Stokes 方程式を解析的に扱うことはひどく困難であり，非常に限られた情報しか得ることができない．

そこで，一般的な手法としては，大規模な数値計算を行うことになる．この場合は，結果に疑いはなく，信頼性も高いのであるが一方において，以下のような好ましくない点もある．

1. 非常に大きなメモリーと高速な cpu を必要とするので，計算が大変困難である．
2. 得られるデータが膨大であるために情報の縮約をどうやって，乱流の特徴を引き出すかが，問題になる．

そこで，もし可能であるならば，もっと簡単な数値モデルを構築し，乱流の定性的な特徴を大づかみすることが望ましい．本研究では，このような目的のもとに，乱流を簡単な格子モデルでモデル化することを試みた．

第一は，格子渦管モデルである．このモデルでは，流体の渦度場が，3 次元単純立方格子上にマッピングされ，渦管が Biot-Savier 則によって引き起こされる流体力学的な相互作用の速度場により離合集散を繰り返すというモデルである．

前回の研究会では速度場や渦度場の分布関数など定常的な統計量が大規模数値計算で得られるものと定性的に一致することを報告したが，今回はカオスのオンセットの観測にも成功したことを報告した．

さらに，渦度場などに見られる非ガウス分布の起源については，より単純化したランダム移流項モデルでも再現可能であることが分かった．

ランダム移流項モデルは，ランダムな速度場でのパッシブスカラーの移流方程式を離散化したような格子モデルであり，この方程式に従う物理量は連続極限ではガウス分布に従う．

一方，連続極限を取らない場合には，ガウス分布とべき分布の中間の分布を取ることが解析的および数値的に確認された．

この分布の形は，流体乱流に見られる，非ガウス分布の形に非常によく似ており，このような単純なモデルでも，流体乱流のある特定の部分だけなら説明可能であることが見いだされた．

大自由度力学系モデルによる熱対流の現象論

東京工業大学 理学部　柳 田 達 雄
東京大学 教養学部　金 子 邦 彦

流体運動はナヴィエ・ストークス方程式によって記述されると考えられており，したがって，

ナヴィエ・ストークス方程式を正確に計算すれば全ての現象を見ることが期待される．しかし，正確に計算をする事は必ずしも我々の理解につながらない．一方，現象の定性的振舞いはモデルの細部によらない普遍性を持つと思われ，定性的性質を再現するモデルは一つではなく，ある族をなしていると期待される．このような観点に立つと，熱対流現象を論じるにあたって，必ずしもナヴィエ・ストークス方程式を出発点とする必要はない．むしろ，定性的振舞いを支配するダイナミクスを理解するには，簡単なモデルを構築し解析する方法が有効である．

モデルは空間を格子状に離散化し，各格子点上の場の量 $\boldsymbol{s}_t$ が写像 $\boldsymbol{s}_{t+1}=f(\boldsymbol{s}_t)$ によって時間発展するカップルド・マップ・ラティスを用いる．簡単化のため，粗視化した場の量として温度と速度場を選び，これらが浮力・粘性・熱拡散・圧力の効果をうけて時間発展するモデルを考える．ここで言う圧力の効果とは，厳密な非圧縮の条件を課す代わりに圧縮性流体の方程式に現れる $\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{v})$ を離散化したダイナミクスにより非圧縮性を表現することを意味する．さらに，移流のダイナミクスを準粒子によって表現し，導入した．

このモデルは小数自由度系においてはロールの形成・カオスへの分岐（準周期運動や周期倍加）が観測される．この分岐の違いはプラントル数に依存し，プラントル数が小さいときは周期倍加が，大きいときには準周期運動を経たカオス化が見られ実験事実とよく一致する．

ロールの数が増え大自由度系になると小数自由度系で観測された綺麗なカオスへの分岐は見られない．複数のロールが形成した後，レイリー数が増加すると全ロールの同一周期で振動が観測される．さらにレイリー数が増えると乱れが時間空間的に間欠に起こる時間空間間欠運動が現れる．この時，時間空間間欠運動の特徴である層流的状態の空間的長さ L の分布関数 $P(L)$ が臨界点でべき分布になり乱れが激しくなると指数分布に遷移し実験と一致する．

アスペクト比が小さい場合でも大自由度力学系の特徴的運動が見られる．ロールの数が2個の場合を例にとって説明すると，あるレイリー数を越えると対流の回転方向が時間的に間欠的に変化する．この時，長時間にわたって層流状態（小数自由度のアトラクターの残骸に留まっている）にあるが，回転方向が切り替わるとき自由度の大きい乱れた状態が現れる．このように小数自由度アトラクターと大自由度な乱れた状態が時間的に間欠的に現れる運動はカオス的遍歴運動として大自由度力学系の特徴的振舞いとして注目を集めている．

さらにレイリー数が大きくなるとプリュームが発生し乱流状態となる．この時温度の分布関数がレイリー数にともないガウス型から指数型に変化し，ソフト・ハード遷移が観測される．温度場の動的振舞いを観測すると，分布の遷移はホット・プリュームが低温境界層まで到達することが可能なレイリー数で起こることが解る．すなわち，遷移はプリュームのパーコレイティブな現象であり，モデルの細部によらないと考えられる．遷移をより詳しく捉えるために，分布のフラットネス $\langle(E-\langle E\rangle)^4\rangle/\langle(E-\langle E\rangle)^2\rangle^2$ を調べると（ガウス分布は3，指数分布は6）プラントル数に依存していることが分かった．プラントル数が小さいときフラットネスは3から6に変化し分布の遷移は綺麗に現れるが，大きくなるにしたがい (1) ガウス領域が狭くなる (2) 6を越えて11まで増加する，という傾向が現れた．遷移のプラントル数依存を詳しく調べた実験は今のところなく，実験による検証を待つ．

このモデルの3次元への拡張は容易であり，ロール・パターンの形成やパターン競合などの解析にも有効である．以上のように，このモデルは熱対流の非常に幅広い現象を再現する．これは，熱対流の重要なダイナミクスがこのモデルに含まれていることを示唆し，このモデルは定性的振舞いを再現するモデル族の中の1つであると考えられる．モデルを変化させ，現実と非現実の境界を見極めることにより，さらに深い動力学の理解がなされると期待される．このモデルは熱対流現象のみならず，カルマン渦の形成と崩壊現象などの流体現象に拡張することも可能である．特に，相転移を伴う沸騰や雲の形成（気象現象）などの実質的に Navier-Stokes

方程式では解析が出来ない複雑現象に対しこのようなカップルド・マップ・ラティスによる解析は有効である.