予測制御研究系

モンテカルロフィルタ

北川　源四郎

時系列 y_n が次のような非線形・非ガウス型状態空間モデルによって生成されているものとする.

$$x_n=f(x_{n-1},\ v_n), \qquad y_n=h(x_n,\ w_n) \tag{1}$$

ただし, x_n は k-次元状態ベクトル, v_n と w_n は l-次元および1-次元の白色雑音で, それぞれ密度関数 $q(v)$ および $r(w)$ を持つものとする. また, f と h はそれぞれ, 適当な次元の非線形関数で, x が与えられたとき $y=h(x, w)$ は逆関数 $w=g(x, y)$ を持つと仮定する. さらに, 初期状態 x_0 は密度関数 $p(x_0)$ に従って分布しているものとする.

Kitagawa (1987) では, このような非線形・非ガウス型モデルのフィルタリングおよび平滑化のための数値的な方法を提案した. この方法はきわめて精度がよく, また広範なモデルに適用できるという特長を持つが, 数値積分を必要とすることから高次元のシステムへの適用には困難があった. そこで, フィルタに現れる各密度関数をその実現値を用いて表現する方法を開発した. この方法を用いると, 数値的方法では最も計算量を要する予測のステップを, (1) 式に基づく簡単な計算で実現することができる.

フィルタリングに必要な予測分布, フィルタ分布およびシステムノイズの分布を m 個の実現値により表現することにより, 以下のようなフィルタリングのためのアルゴリズムが得られる.

1. 各分布の近似に用いる実現値の数 m を定める.
2. 初期値の分布 $p_0(x)$ に従う k-次元乱数を m 個生成する.
3. 以下のステップを $n=1, \ldots, N$ について繰り返す.
   (a) システムノイズの密度関数 $q(v)$ に従う l-次元乱数 $v_1^{(n)}, \ldots, v_m^{(n)}$ を生成する.
   (b) $t_j^{(n)}=f(s_j^{(n-1)},\ v_j^{(n)})$ を $j=1, \ldots, m$ について計算する.
   (c) $\alpha_j^{(n)}=r(g(y_n,\ t_j^{(n)}))$ を $j=1, \ldots, m$ について計算する.
   (d) $t_1^{(n)}, \ldots, t_m^{(n)}$ のリサンプリングにより, 分布関数 $(\sum_{j=1}^m \alpha_j^{(n)})^{-1}\sum_{j=1}^m \alpha_j^{(n)} I(x,\ t_j^{(n)})$ に従う実現値 $s_1^{(n)}, \ldots, s_m^{(n)}$ を生成する.

参考文献

Kitagawa, G. (1987). Non-Gaussian state space modeling of nonstationary time series, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **82**, 1032-1063.

Kitagawa, G. (1993). A Monte Carlo filtering and smoothing method for non-Gaussian non-linear state space models, Research Memo., No. 462, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

民間最終消費支出の状態空間モデルによる解析

川　崎　能　典

民間最終消費支出は, 経企庁が四半期ごとに公表する「国民所得統計速報」中の一項目であり, 国民経済の消費動向を示す最もメジャーなマクロ経済指標である. 昨92年6月に公表された第1四半期 (1-3月期) の速報によれば92年第1四半期の消費は, 季節調整済みで前期比0.92% の伸びであった. 更にこの後昨年9月に公表されたGNP統計では, 実質消費は前期比で伸び0% (正確には−0.03%) と, 4-6月期の統計が公表されてはじめて官民ともに消費の落ち込みについて認識が一致するに至ったと言ってよい. しかし92年が閏年であったことから, 0.92% のうち幾分かはその押し上げ効果ではないかと思

われたこと，経企庁の採用する季節調整法はセンサスX-11であり閏年要因も曜日効果も考慮していないこと，などから，状態空間モデルを利用した季節調整法で消費の伸び率を計測し公表値との比較を行った．

分析の結果，閏年要因を曜日効果に含める形で除去して，1-3月期の押し上げ分はたかだか0.2～0.3%程度と思われる．一方で4-6月期の前期比伸び率は0.12%と相当低く，状態空間モデルによる季節調整結果からも消費の減速は4-6月期に急速に進行したと判断するのが妥当であろう．

なお状態空間モデルで時系列を分解する方法については，北川（1986）などを参考にして頂きたいが，トレンドだけでなくトレンドまわりにAR型の定常変動を分解要因として考慮するときには注意が必要である．低次ではトレンドと，高次では季節成分との識別性の問題が生じ，特に後者では本来の目的である季節調整が歪められてしまうことが多い．

参 考 文 献

北川源四郎（1986）．時系列の分解 —— プログラムDECOMPの紹介 ——，統計数理，**34**, 254-271.

Dynamic Representation of the Distribution Function for Non-Gaussian and Nonlinear State Space Models

樋 口 知 之

非ガウス・非線形時系列モデルへの大規模ベイズアプローチの場合，時系列モデルを状態空間表現することで，超高次元積分である**ABIC**の計算が低次元（高々state vectorの次元k）の数値積分の和に帰着できる．従って主たる問題は，次の2つの数値積分をいかに効率よく行うかになる．

(1) **prediction** $p(z_n \mid Y_{n-1})=\int p(z_{n-1} \mid Y_{n-1})q(z_n \mid z_{n-1})dz_{n-1}$

(2) **for filtering** $p(y_n \mid Y_{n-1})=\int p(z_n \mid Y_{n-1})r(y_n \mid z_n)dz_n$

（単純）非ガウス型平滑化のような$k=1$の時は，定義域を非常に細かく分割し$p(z_n \mid \cdot)$を階段関数で近似する方法が，特殊なケースを除き一番高速かつ最適である．また，$6 \le k \le 15$（最大20まで）のやや高次元積分では，importance sampling strategyによるアプローチが望ましい（Smith et al. (1987)）．さらに高次元になると，メトロポリス的モンテカルロ法の援用を仰がねばならない．ただし一般に$20 \le k$となるような時系列モデルを考えるケースは極めて希で，その場合は別なstate vectorによる表現法を考える方が現実的である．実際の多くの非ガウス・非線形時系列モデルがとる$1<k \le 6$の中間的レンジでは，Gauss quadratureによるアプローチが効率的・実用的であるとされている．

Dynamic Grid and Hybrid Representation

メモリーの制約からgrid point数を減らすため，fixed gridではなく，nとともに変化するnot equi-spaced grid上で（dynamic gridと呼ばれている），$p(z_n \mid \cdot)$を階段関数で近似する方法を考える．Gridの位置は，積分の近似を良くするため次のようなルールで定める．

$$\Delta F^i(j)=\int_{x_j^{i-1}}^{x_j^i} p(z_j \mid \cdot)dz_j=\text{const.}$$

ここで，$1 \le j \le k,\ 0 \le i \le 1/\Delta F(j)$. $p(z_j \mid \cdot)$は，同時分布$p(z \mid \cdot)$から導かれるz_jの周辺分布．$\Delta F(j)$は，jに依存してもよい．実際にprediction, filteringを行うためには，$x_j^0 \sim x_j^1$および$x_j^{1/\Delta F(j)-1} \sim x_j^{1/\Delta F(j)}$の定義域をさらに細かく等分割しておく方が望ましい．つまり，equi-spacedとnot equi-spacedを組み合わせた（hybrid type）grid表現を採用する．iの数を増やし拡張した$\{x_j^i\}$からgenerateされたgrid