ただし X はヒルベルト空間，Ω はコンパクト位相空間とし，簡単のため $m=1$ とする．この問題の Kuhn-Tucker 型最適性条件は，適当な仮定のもとで以下のように与えられる．

$$(4)\qquad \begin{cases} 0=\nabla f(x)+\int_{\Omega}\nabla_x g(x,\,\omega)d\Lambda(\omega) \\ g(x,\,\omega)\leq 0 \quad \forall\omega\in\Omega \\ \int_{\Omega}g(x,\,\omega)d\Lambda(\omega)=0 \\ \Lambda \text{ は非負の Radon 測度} \end{cases}$$

X が有限次元の場合，Λ は離散測度となり，問題(3)は形式的には半無限計画となる．伊藤・志水(1991)では，準ニュートン法を用いて(4)を満たす Kuhn-Tucker ベクトル $(x,\,\Lambda)$ を求めるアルゴリズムを提案している．

研究報告会当日は，問題(3)の一例として，線形制御系

$$\dot{x}=Ax+B_1u+B_2v,\quad x(0)=0$$
$$z=Cx$$

において，外乱 v から評価出力 z への伝達関数の H_∞ ノルムがある許容水準以下であるという満足化条件のもとで，2次評価関数を最小化する問題を取り上げた．

参 考 文 献

伊藤 聡，志水清孝(1991)．無限制約最適化問題に対する双対準 Newton アルゴリズム，計測自動制御学会論文集，**27**，452-457.

線形計画問題の主双対内点法

水 野 眞 治

内点法は線形計画問題などの最適化問題を解く数値計算法の1つであり，N. Karmarkar により発表された．多くの研究発表によれば，内点法は大規模な問題を単体法に比べ効率的に解く．線形計画法では，はじめに与えられた問題を主問題とすると，その問題と対をなす双対問題を考えることができる．主双対内点法は，線形計画問題の主問題と双対問題の両方を同時に解く内点法である．水野(1992)は，既発表の数多くの主双対内点法を調べ，それらを総括した．

Kojima et al. (1991a) は，線形計画問題の主問題と双対問題の組を一般化した線形相補性問題の内点法を研究し，大域的収束性と多項式オーダーの収束性を持つロングステップ・アルゴリズムを提案した．Mizuno and Nagasawa (1991) は，アルゴリズムとして単純であるが理論的に高速な収束性を持つ内点法を研究し，その理論的特性を保持したまま，目的関数が単調に減少するようにアルゴリズムを改良した．Kojima et al. (1991b) は，初期点を簡単に求められる外点法を研究し，その大域的収束性を明らかにするとともに実行不可能性の判定条件を求めた．Kojima et al. (1991c) は，ニュートン法の代わりに共役方向法を使う場合の内点法の基礎研究を行った．Mizuno and Nagasawa (1992) は，計算効率がよいといわれている主双対アフィンスケーリング法を研究し，ポテンシャル関数を使うことにより多項式オーダーのアルゴリズムを提案した．

参 考 文 献

Kojima, M., Kurita, Y. and Mizuno, S. (1991a). Large-step interior point algorithm for linear complementarity problems, *SIAM Journal on Optimization* (to appear).

Kojima, M., Megiddo, N. and Mizuno, S. (1991b). A primal-dual exterior point algorithm for linear programming, Research Report, RJ 8500, IBM Research Division, San Jose, California.

Kojima, M., Megiddo, N. and Mizuno, S. (1991c). A conjugate direction method for approximating the analytic center of a polytope, Research Report, RJ 8540, IBM Research Division, San Jose, California.

水野眞治 (1992). 線形計画問題の主双対内点法, 統計数理, **40**, 27-44.

Mizuno, S. and Nagasawa, A. (1991). Strict monotonicity in Todd's low complexity algorithm for linear programming, *Oper. Res. Lett.* (to appear).

Mizuno, S. and Nagasawa, A. (1992). A primal-dual affine scaling potential reduction algorithm for linear programming, Research Memo., No. 427, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

Long-Step Affine Scaling 法の大域的収束性について

土谷　隆

次のような線形計画問題〈D〉を考えよう：

$$\text{minimize } c^t x, \quad \text{subject to } x \in P,$$
$$P = \{x \in R^n \mid A^t x - b \geq 0\},$$
$$A = [a_1, \ldots, a_m] \in R^{n \times m}, \quad c \in R^n, \quad b \in R^m.$$

ここで, $Rank(A) = n$, 〈D〉は内点可能解および最適解を持つものと仮定する.

この問題を解くために, I.I. Dikin によって 1967 年に提案されたアフィンスケーリング法 (Dikin (1967)) は, 世界で最初の内点法で, 簡単で性能も良く, AT & T の KORBX システムなどに使用されている. その反復は〈D〉の内点 x において次のように定義される：

$$x^+ = x - \lambda \frac{B(x)^{-1}c}{\sigma([A^t x - b]^{-1} A^t B(x)^{-1} c)} \quad (1)$$

ここで, $[v]$ は, ベクトル v を対角要素とする対角行列, $\sigma(v)$ は v の最大要素を表し, $B(x) = A[A^t x - b]^{-2} A^t$ と定義する. x^+ は次の近似解, λ はステップ幅で, この値が 1 だと丁度 x^+ は制約領域の境界にくる.

$$y(x) = [A^t x - b]^{-2} A^t B(x)^{-1} c$$

は,〈D〉の双対問題の線形制約を満たし, 単体法のシャドウプライスに対応する量で "双対推定" と呼ばれる.

このアルゴリズムに関しては, 次の 2 つの点が理論的に大きな問題となってきた.

(I) 通常の実装では, $\lambda = 0.9 \sim 0.99$ が使われているが, 理論的に最適解への収束が保証される λ の値は分かっていなかった.

(II) 最適値の値を推定するための有効な方法が存在しなかったため, 明快な停止条件が設定できなかった.

我々は, Tsuchiya (1991, 1992) で提案された大域的収束性の証明を元に, Dikin (1992) によって示された興味深い結果を拡張し, 次の結果を得た. これは, 上の 2 つの問題点を一挙に解決したものと考えられる：

定理 (Tsuchiya and Muramatsu (1992)). 上述の仮定の下で, $\lambda = 2/3$ とすると, 反復 (1) で生成される点列 $\{x^{(\nu)}\}$ は〈D〉の最適解集合の相対的内点に収束し, 同時に双対推定の点列 $y(x^{(\nu)})$ は〈D〉の双対問題の最適解集合の相対的内点に収束する. その際, 目的関数値は漸近的に収束率 1/3 の一次収束をする.