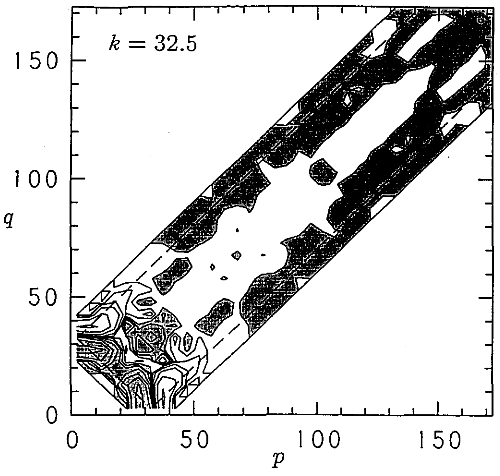
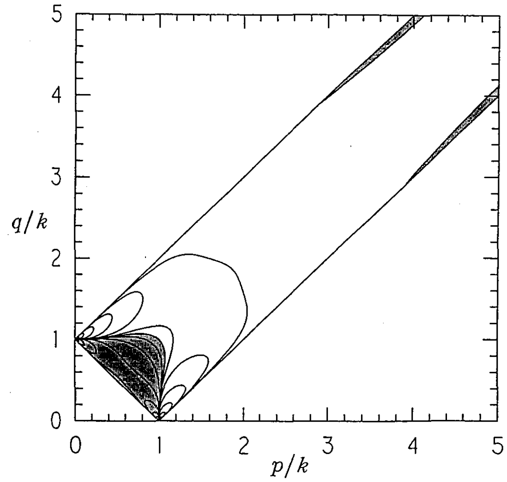


直接数値計算



クロージャー理論

ある.

詳しくは，Ohkitani and Kida (1992) を御覧下さい.

参 考 文 献

Domaradzki, J.A. and Rogallo, R.S. (1990). Local energy transfer and non-local interactions in homogeneous, isotropic turbulence, *Phys. Fluids A*, **2**, 413-426.

Ohkitani, K. and Kida, S. (1992). Triad interactions in a forced turbulence, *Phys. Fluids A*, **4**, 794-802.

マルチフラクタル解析の有限サイズ効果

神戸大学 理学部 高 安 秀 樹

至るところ特異点があるような関数を特徴付ける方法として，マルチフラクタル解析が導入され，乱流などのデータ解析にしばしば用いられている．測度のように非負の値をとる1次元空間の関数を $m(x)$ とし，次式によって局所的な特異性を特徴付ける指数 $\alpha(x)$ を定義する．

$$\alpha(x)=\lim_{r\to 0}\frac{\log\int_{x}^{x+r}m(x')dx'}{\log r}$$

$\alpha(x)$ が自然数のときには $m(x)$ は x 上で正則であるが，それ以外の場合には，点 x は特異点となる．この指数が空間的に複雑に分布しているような状況を考え，次のようにしてその分布を特徴付ける．空間を長さ r ごとの区間に分割し，i 番目の区間での指数を

$$\alpha_i\equiv\frac{\log\int_{ir}^{(i+1)r}m(x')dx'}{\log r}$$

とし，α_i が α と $\alpha+d\alpha$ の間をとる区間の個数を $N_\alpha(r)d\alpha$ とする．$r\to 0$ の極限を考え，そのときのフラクタル次元に対応する量

$$f(\alpha)\equiv-\lim_{r\to 0}\frac{\log N_\alpha(r)}{\log r}$$

を定義する．この α の関数，$f(\alpha)$ は，もとの関数 $m(x)$ が指数 α の特異性を持つ点の空間分布のフラクタル次元を表している（例えば，高安 編 (1987)）．Sreenivasan らは乱流のエネルギー散逸量の空間分布が放物型の $f(\alpha)$ によって特徴付けられると報告している (Meneveau and Sreenivasan (1987))．

しかし，実際のデータ解析の場合には $r\to 0$ の極限はとれないので r を有限にとどめておかなければならないが，その有限サイズ性がマルチフラクタル解析にどのような影響を及ぼすのかは，これまで明確にはされていなかった．著者らは最近，本来マルチフラクタル性を持たないはずの白色雑音ですら，この有限サイズ効果によって放物型の $f(\alpha)$ を持っているように見えてしまうことを明らかにした (Takayasu and Suzuki (1991))．一般に $m(x)$ の変動の偏差が平均に比べて大きいとき $((\langle m^2\rangle-\langle m\rangle^2)^{1/2}/\langle m\rangle\gg 1)$，有限サイズ効果が顕著に現れる．特に，$m(x)$ が白色雑音で，その変動の分布がベキ分布 ($P(m)\propto m^{-\beta}, 1<\beta\leq 3$) によって特徴付けられるようなときには $\langle m^2\rangle$ は母集合では無限大となるため，この有限サイズ効果は，データ数をいくら増やしても無視できるようにはならず，見かけ上，自明ではないマルチフラクタル性が観測されてしまうことになる．乱流などのデータ解析も，このことを踏まえ，慎重に行うべきであろう．

参 考 文 献

Meneveau, C. and Sreenivasan, K.R. (1987). Simple multifractal cascade model for fully-developed turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1424-1427.

高安秀樹 編 (1987).『フラクタル科学』，第2章（本田勝也），第3章（佐野雅己），朝倉書店，東京．

Takayasu, H. and Suzuki, T. (1991). Scale-dependent multifractal analysis for white noise, *J. Phys. A*, **24**, L1309-L1314.

Mapping Closure あれこれ

名古屋工業大学 後 藤 俊 幸

乱流においてはその速度場や空間微分は時間的・空間的にランダムに変動するので，その統計的な性質を調べることが重要である．速度場の確率分布はかなりガウス分布に近いが，その空間微分や時間微分の分布はガウス分布より大きくずれていることが知られている．このガウス分布からのずれは，通常流れの間欠性によるものとして理解されている．この確率分布を既に性質の知られている場のそれと非線形な変換を通して求める方法が開発された (Chen et al. (1989), Kraichnan (1990))．例えば速度の横方向の微分 $s=\partial u/\partial y$ の確率分布 $P(s)$ を求めるためにリュウヴィルの方程式を作ると Navier Stokes 方程式が空間微分の項を持っているために方程式が閉じない．そこで実際の場 s と，統計的に一様で結合確率分布がガウス分布である場 s_0 との間に，$s=X(s_0,t)$ という非線形な変換を考える．この変換が1対1対応なら $P(s)ds=P_0(s_0)\dfrac{1}{\partial X/\partial s_0}ds_0$ により $P(s)$ を求めることができる．この変換の従う方程式を本来の場の動力学にもとづいて導く．s_0 の空間では s_0 の空間微分の s_0 を止めての条件付き平均，例えば $[\Delta s]_{c:s_0}$ が評価できるので $P(s,t)$ の方程式を閉じることができる．この方法を用いて反応拡