# ブートストラップと情報量規準 —— AIC, ABIC, WIC & EIC ——

石 黒 真木夫

#### 推測分布

与えられたデータxから、何らかの方法で導き出した将来のデータyの分布を $f(y \mid x)$ という記号で表し、推測分布と呼ぶことにする。たとえば

$$(1) f_1(y \mid x) = f(y \mid \widehat{\theta}(x))$$

が考えられる。ここで  $f(y \mid \theta)$  はパラメータ  $\theta$  で決まる分布,  $\hat{\theta}(x)$  は x に基づく  $\theta$  の推定値を表すものとする。 典型的な例として最尤推定値がある。また、

(2) 
$$f_2(y \mid x) = \int f(y \mid \theta) \pi(\theta \mid x) d\theta$$

も考えられる。ここで  $\pi(\theta \mid x)$  は事前分布  $\pi(\theta)$  から導かれる事後分布である。さらに、 $f(y \mid x)$  として

(3) 
$$f_3(y \mid x) = f(y \mid \text{Arg.max } \pi(\theta \mid x))$$

をとることもできる.

### 情報量規準

推測分布の平均対数尤度 (o-2 倍) の推定量として  $\hat{\theta}$  が最尤法で求められている (1) の形の推測分布を評価する赤池の AIC がよく知られている。

もっと広い範囲の推測分布を評価するために,

$$EIC = -2 \times \log f(x \mid x) + 2 \times E_{X^*} \{ \log f(X^* \mid X^*) - E_{Y^*} \log f(Y^* \mid X^*) \},$$

を提案する(石黒 他 (準備中))、ここで  $X^*$  はブートストラップ標本である。

Ishiguro and Sakamoto (1991) が提案した,

$$WIC = -2 \times \log f(x \mid \widehat{\theta}(x)) + 2 \times E_{X^*} \left\{ \log f(X^* \mid \widehat{\theta}(X^*)) - \log f(x \mid \widehat{\theta}(X^*)) \right\}$$

は EIC の特殊な場合である。ABIC は  $\pi(\theta)$  にいくつかの候補がある時に,その良さを評価するために計算される「推測分布」

$$f_4(y \mid x) = \int f(y \mid \theta) \pi(\theta) d\theta$$

の AIC と見なす事ができる.

## 参考文献

- 石黒真木夫 (1990). 情報量規準とブートストラップ,科研費研究集会「情報量と統計的推測理論」資料,8-10.
- 石黒真木夫 (1991a). 情報量規準とブートストラップ法と時系列解析,「時系列に関する推測の理論と応用」,統計数理研究所共同研究リポート, No.31, 155-162.
- 石黒真木夫 (1991b). リサンプリング法を利用した情報量規準 WIC の適用範囲について , 科研費研究集会「サンプリング・リサンプリング理論とその応用」資料, 65-67.
- Ishiguro, M. and Sakamoto, Y. (1991). WIC: an estimator-free information criterion, Research Memo. No. 410, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
- 石黒真木夫, 坂元慶行(1991). 情報量規準とブートストラップ法, 第59回日本統計学会講演報告集, 156-

158.

石黒真木夫,坂元慶行,北川源四郎(準備中). Bootstrapping log-likelihood and an extension of AIC.

### 不完全情報下における制御系設計に関する研究

宮里義彦

制御対象のパラメータを運転中に同定しながら、適応的にモデル追従制御を実現するモデル規範形適応制御系を構成するためには、対象が最小位相系(零点が安定)でなければならない。これは適応制御装置が対象の零点を相殺するために内部に極を生成するので、対象に不安定な零点があると制御装置に不安定な極が発生して、制御系全体の安定性が保証されないからである。連続時間系は多くの場合、最小位相系となるので、以上のことは大きな問題とならない。しかしディジタル制御系を構成するために、連続時間系をサンプラと零次ホールダを通して離散時間化する(Fig. 1)と、得られた離散時間系が非最小位相系になる場合がある。特に連続時間表現で相対次数が2以上の対象を、離散時間化する際に、サンプリング時間を小さくしていくと、不安定な零点が発生することが知られている(極限零点の問題)、従って、離散時間非最小位相系に適用可能な適応制御方式を確立することが重要な課題とされてきた。こ

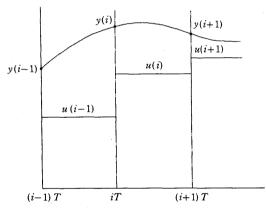


Fig. 1. Usual sampling.

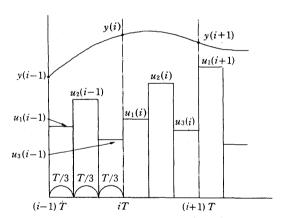


Fig. 2. Multirate sampling (n=3).

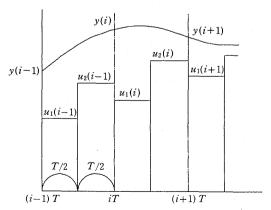


Fig. 3. 2-delay sampling.