$$f(\alpha)\equiv -\lim_{r\to 0}\frac{\log N_\alpha(r)}{\log r}$$

を定義する．この α の関数，$f(\alpha)$ は，もとの関数 $m(x)$ が指数 α の特異性を持つ点の空間分布のフラクタル次元を表している（例えば，高安 編 (1987)）．Sreenivasan らは乱流のエネルギー散逸量の空間分布が放物型の $f(\alpha)$ によって特徴付けられると報告している (Meneveau and Sreenivasan (1987))．

しかし，実際のデータ解析の場合には $r\to 0$ の極限はとれないので r を有限にとどめておかなければならないが，その有限サイズ性がマルチフラクタル解析にどのような影響を及ぼすのかは，これまで明確にはされていなかった．著者らは最近，本来マルチフラクタル性を持たないはずの白色雑音ですら，この有限サイズ効果によって放物型の $f(\alpha)$ を持っているように見えてしまうことを明らかにした (Takayasu and Suzuki (1991))．一般に $m(x)$ の変動の偏差が平均に比べて大きいとき $((\langle m^2\rangle-\langle m\rangle^2)^{1/2}/\langle m\rangle\gg 1)$，有限サイズ効果が顕著に現れる．特に，$m(x)$ が白色雑音で，その変動の分布がベキ分布 ($P(m)\propto m^{-\beta}$, $1<\beta\leq 3$) によって特徴付けられるようなときには $\langle m^2\rangle$ は母集合では無限大となるため，この有限サイズ効果は，データ数をいくら増やしても無視できるようにはならず，見かけ上，自明ではないマルチフラクタル性が観測されてしまうことになる．乱流などのデータ解析も，このことを踏まえ，慎重に行うべきであろう．

参 考 文 献

Meneveau, C. and Sreenivasan, K.R. (1987). Simple multifractal cascade model for fully-developed turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1424-1427.

高安秀樹 編 (1987). 『フラクタル科学』，第2章（本田勝也），第3章（佐野雅己），朝倉書店，東京.

Takayasu, H. and Suzuki, T. (1991). Scale-dependent multifractal analysis for white noise, *J. Phys. A*, **24**, L1309-L1314.

Mapping Closure あれこれ

名古屋工業大学 後 藤 俊 幸

乱流においてはその速度場や空間微分は時間的・空間的にランダムに変動するので，その統計的な性質を調べることが重要である．速度場の確率分布はかなりガウス分布に近いが，その空間微分や時間微分の分布はガウス分布より大きくずれていることが知られている．このガウス分布からのずれは，通常流れの間欠性によるものとして理解されている．この確率分布を既に性質の知られている場のそれと非線形な変換を通して求める方法が開発された (Chen et al. (1989), Kraichnan (1990))．例えば速度の横方向の微分 $s=\partial u/\partial y$ の確率分布 $P(s)$ を求めるためにリュウヴィルの方程式を作ると Navier Stokes 方程式が空間微分の項を持っているために方程式が閉じない．そこで実際の場 s と，統計的に一様で結合確率分布がガウス分布である場 s_0 との間に，$s=X(s_0,t)$ という非線形な変換を考える．この変換が1対1対応なら $P(s)ds=P_0(s_0)\dfrac{1}{\partial X/\partial s_0}ds_0$ により $P(s)$ を求めることができる．この変換の従う方程式を本来の場の動力学にもとづいて導く．s_0 の空間では s_0 の空間微分の s_0 を止めての条件付き平均，例えば $[\varDelta s]_{c:s_0}$ が評価できるので $P(s,t)$ の方程式を閉じることができる．この方法を用いて反応拡

散方程式に従う場や，1次元乱流のモデルとされるバーガース方程式における速度勾配 $\xi \equiv \partial u/\partial x$ の確率分布関数の時間発展を求めることができる．さらにこの方法を拡張することにより場のエネルギースペクトルを計算することもできる．理論計算を直接数値シミュレーションと比べるとよい一致が見られた．今後，Navier Stokes 乱流への応用が計画されている．

参 考 文 献

Chen, H.D., Chen S.Y. and Kraichnan, R.H. (1989). Probability-distribution of a stochastically advected scalar field, *Phys. Rev. Lett.*, **63**, 2657-2660.

Kraichnan, R.H. (1990). Models of intermittency in hydrodynamic turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 575-578.

格子渦管モデルによる乱流シミュレーション

東京工業大学 理学部 田 口 善 弘
神 戸 大 学 理 学 部 高 安 秀 樹

我々は，一様等方性乱流の計算を効率的に行なうための，格子モデルの構築を試みている．ある程度の結果を得たので報告する．

我々の基本的な立場は次のようなものである．「乱流は流体のある極限での現象であるから，当然，Navier-Stokes 方程式に従うはずである．しかし，現在までのところ，Navier-Stokes 方程式は乱流の道具としては，それほど優れたものとは思われない．Navier-Stokes 方程式は連続体近似という近似を偏微分方程式という解析的な手法で扱いやすい形で書き表したものに過ぎない．現在よく行なわれているように，結局計算機で数値解を求めなくてはいけないのであれば，Navier-Stokes 方程式から出発しなくてはいけない義理はない．よりよい現象論があれば，それを用いるべきである．」勿論，抽象的にこういうことを言うことは誰でもできることであって，具体的にそれを行なうことは難しい．ここでは，コルモゴロフの $-5/3$ 則や，速度場の分布関数など，ある程度統計的な物理量を対象にして計算を行なうような場合に，優れた方法となるような現象論的なモデルの構築について述べる．

その際，用いられる考え方としては，統計力学の分野で多用されている「現象を単純な要素とその相互作用というモデルで記述し，マクロな現象はその多体効果で記述するようにする．」という方法を用いることにする．この場合，「単純な要素」としては渦管を採用し，相互作用としては渦管の存在によって引き起こされる「流体力学的相互作用」を採用する．つまり，「まず，渦管の空間配置が与えられ，次に，その渦管によって引き起こされる流れによって，渦管自身が流されたり，引き伸ばされたり合体したりを繰り返す」というモデルである．このようなモデルは，一本の渦糸についてはよくやられているが，多体効果を目的にしてやられたものは少ない．このようなモデルに基づいていろいろ計算した結果，コルモゴロフの $-5/3$ 則は勿論のこと，速度場の分布関数の振る舞いや高い渦度を持つ領域のチューブ状構造など，発達した乱流に特徴的な振る舞いをよく再現することが解かった．

なお，この研究の詳細は乱流シンポジウムの報告集や Fluid Dynamics Research の特集号として刊行予定の計算流体力学シンポジウムのプロシーディングスに掲載される予定である．