となる．

$A_l=F(\mathbf{Z},\ \mathbf{R})$ を整数を定義域とする関数からなる可換代数とし自己準同型 G をシフト $(Gf)(k)=f(k+1)$ とすると

$$b(k)=a_1(k)-a_1(k-1), \qquad a_1(k)=a_k(b(k+1)-b(k))$$

となり，これより戸田格子がえられる（Bogoyavlensky (1990)）．我々の確率モデルは非線形積分可能な力学系と自然につながっているが，戸田格子，Euler 方程式についての自然な確率モデルがあるかどうか興味ある問題とおもわれる．

参考文献

Bogoyavlensky, O.I. (1988). Integrable discretizations of the Kdv equation, *Phys. Lett. A*, **134**, 34-38.

Bogoyavlensky, O.I. (1990). A theorem on two commuting automorphisms, and integrable differential equations, *Math. USSR Izv.*, **36**, 263-279.

Itoh, Y. (1973). On a ruin problem with interaction, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **25**, 635-641.

伊藤栄明 (1977). 種競合のモデルとその性質, *Seminar on Probability*, **44**, 141-146.

Itoh, Y. (1979). Random collision models in oriented graphs, *J. Appl. Probab.*, **16**, 36-44.

Itoh, Y. (1987). Integrals of a Lotka-Volterra system of odd number of variables, *Progr. Theoret. Phys.*, **78**, 507-510.

逆2項分布の拡張と improper な分布

柳　本　武　美

1. 序

確率過程において初期通過時間の概念はポピュラーであり，イメージが明確な割には統計モデルとしての利用はスパースである．逆2項分布とその拡張した分布が人間の社会で現れる極めて変動の大きい事象を解析するために有用と考えられる．

2. 初期通過時間モデル

初期状態を k（自然数）とし推移確率を p_{ij} とするマルコフ過程を考える．更に $p_{ij}=p_{j-i}$ で p_i は $i<-1$ のとき0であるとして，吸収壁は0であるとする．特に $0<p<1$ として，$p_{-1}=p$, $p_0=1-p$ と置くと，初期通過時間を表す確率変数 Z に対し $X=Z-k$ は負の2項分布になる．Yanagimoto (1989) は $p_{-1}=p$, $p_1=1-p$ と置くと，$X=(Z-k)/2$ が負の2項分布と呼ぶべき分布になることを示した．清水・柳本 (1991) は p_{-1}, p_0, p_1 のみが非零となる場合を調べて，これが負の3項分布と呼ぶべき分布になることを示した．渋谷によれば他にも面白い例がある．

3. 特徴と拡張

導出から k について再生性をもつことが分かる．また導出された分布は任意の正数 k に直接的に拡張できることが多い．負の2項分布と逆2項分布は簡単なリンク関数をもつ指数拡散分布族に属することも分かる．母数の直交性，尤度の分解の面からも都合の良い分布になる．また improper な分布，即ち ∞ の値を正の確率でとる分布，を表現できる．Mover-stayer モデルとは違って確率過程の帰結として improper 分布を説明する．

別の長所の拡張の容易性である．実際に則していると考えられる推移確率を定義すれば良い．このことは分布そのものを考えるより易しいように思われる．

4. 適　用

入院期間，社会生活における（例えば試験）成功あるいは失敗までの期間が最初の想定される適用例である．個体差あるいはより一般に個人差が大きい変動をもたらす．

参 考 文 献

清水邦夫，柳本武美（1991）．逆三項分布：逆二項分布の一般化，応用統計学，**20**, 89-96.
Yanagimoto, T. (1989). Inverse binomial distribution as a statistical model, *Comm. Statist. Theory Methods*, **18**, 3625-3633.

Test of Homogeneity of Parameters

（客員）一橋大学 経済学部　早　川　　毅

k 個の母集団の確率（密度）関数を $f(x\mid\theta_i)$, $i=1,2,\dots,k$ とする．各母集団より n_i 個の標本，$x_i=(x_{i1},\dots,x_{in_i})$, $i=1,2,\dots,k$ を取る．本報告は，

$$\text{仮説 } H:\ \theta_1=\cdots=\theta_k,$$
$$\text{対立仮説 } K:\ \exists\, i,\ j,\ \theta_i\neq\theta_j$$

に関する尤度比検定を考察する．

尤度比検定規準 λ は

$$\lambda=\prod_{i=1}^{k}\prod_{\alpha=1}^{n_i}\frac{f(x_{i\alpha}\mid\tilde{\theta})}{f(x_{i\alpha}\mid\hat{\theta}_i)}$$

で与えられ，$\tilde{\theta}$ は仮説 H のもとでの $n=\sum_{i=1}^{k}n_i$ 個の標本による最尤推定量，$\hat{\theta}_i$ は対立仮説 K のもとでの n_i 個の標本による最尤推定量である．

$$y_i^{(l)}=\frac{1}{n_i^{l/2}}\sum_{\alpha=1}^{n_i}\frac{\partial^l}{\partial\theta_i^l}\log f(x_{i\alpha}\mid\theta_i)$$
$$m_{(r_1^{\alpha_1},\dots,r_l^{\alpha_l})}(\theta_i)=\int\prod_{j=1}^{l}\left\{\frac{\partial^{r_j}\log f(x\mid\theta_i)}{\partial\theta_i^{r_j}}\right\}^{\alpha_j}f(x\mid\theta_i)dx$$

とおく．

$\tilde{\theta}$, $\hat{\theta}_i$, $i=1,2,\dots,k$ は $y_i^{(l)}$'s により漸近表示が出来るので，$-2\log\lambda$ はこれらの関数となる．$y_i^{(2)}$, $y_i^{(3)}$, $y_i^{(4)}$, $i=1,\dots,k$ の分布は多変数 Edgeworth 展開（Hayakawa (1976)）が出来る．$-2\log\lambda$ の積率母関数を $1/n$ の項まで展開し，反転させることにより，$-2\log\lambda$ の分布は仮説 H のもとで漸近的に，

$$P\{-2\log\lambda\le x\}=P_{k-1}+\frac{C}{n}\{P_{k+1}-P_{k-1}\}+o\left(\frac{1}{n}\right)$$

$P_f=P\{X_f^2\le x\}$, C は $m_{(1^2)}$, $m_{(3)}$, $m_{(21)}$, $m_{(1^3)}$, etc. によって表示できる．これより Bartlett 補正項は $\rho=1-2C/n(k-1)+o(1/n)$ となる．

また，Pitman の局所対立仮説 $K_n:\theta_i=\theta+\varepsilon_i/\sqrt{n_i}$ のもとでの $-2\log\lambda$ の検出力関数を $1/\sqrt{n}$ の項まで求めることが出来，それらは非心カイ二乗分布の一次結合で表示される．係数が ε_i の３次の斉次式であるので $-2\log\lambda$ は局所不偏であることがわかる．

なお，本問題は Hayakawa (1976) に於いて，仮定：$\tilde{\theta}=\sum_{i=1}^{k}\rho_i\hat{\theta}_i$, $\rho_i=n_i/n$ のもとで考察されているが，この場合は本検定問題の Robustness の研究に対応している．この仮定は多くの分布に於いて満される．