

長距離交換モデルの秩序化動力学*

九州大学 理学部 早川 尚男**・古賀 毅

(1990年5月 受付)

1. 序

イジング模型の動力学は、これまで秩序変数が局所的に保存する Kawasaki ダイナミックスと、保存量の無い Glauber ダイナミックスを用いて議論されてきた。例えば通常の 2 元合金のスピノーダル分解では、最隣接原子間の交換を考えるため、Kawasaki ダイナミックスの問題として捉えることができる。最近我々は Kawasaki ダイナミックスを一般化して、秩序変数が局所的には保存しないが、大域的に保存するような新しいイジングダイナミックス (長距離交換モデル) を提案し、2 次相転移の臨界動力学と 1 次相転移のダイナミックス、特に一般化されたオストワルド成長を議論し (Hayakawa and Family (1990)), 一般化されたスピノーダル分解を数值的、解析的に研究した (Hayakawa and Koga (1990))。本論ではこれらのうち 1 次相転移の秩序化動力学を包括的に論じ、解説する。

一般に交換型のイジング模型の緩和は、連続体近似を用いて局所的秩序変数 $S(\mathbf{r}, t)$ に対する次の方程式で記述される

$$(1.1) \quad \frac{\partial S(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \int d\mathbf{r}' [p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \frac{\delta F\{S\}}{\delta S(\mathbf{r}', t)},$$

ここで $p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は \mathbf{r} と \mathbf{r}' にあるスピンの交換確率である。自由エネルギー汎関数 $F\{S\}$ はイジング模型と同じユニバーサリティクラスに属するものに共通な Ginzburg-Landau の自由エネルギーを用いる。最隣接スピン間の交換のみを考えると、連続極限で (1.1) 式はよく知られた保存系の TDGL (時間に依存した Ginzburg-Landau) 方程式に帰着する。しかしながら高分子ブレンドのように自由エネルギー汎関数 $F\{S\}$ はイジング模型と同じユニバーサリティクラスに属すと信じられながら、相分離過程が局所的運動方程式で記述できない場合もある。特に本稿では交換確率がスピン間の距離の関数として

$$(1.2) \quad p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \simeq C_d \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{\mu+d}},$$

で与えられる場合を考える。(1.2) 式でパラメーター μ を $0 < \mu < 2$ を満たすように選ぶと、交換するスピン間の平均 2 乗距離が発散するため、本質的に Kawasaki ダイナミックスとは異なった動力学的性質を示す。実際、Fourier 空間で (1.1) 式は

$$(1.3) \quad \frac{\partial \tilde{S}(\mathbf{q}, t)}{\partial t} = -L |\mathbf{q}|^\mu \frac{\delta F}{\delta \tilde{S}(\mathbf{q}, t)},$$

* 本稿は、統計数理研究所 共同研究 (1-共会-51) における発表に基づくものである。

** 現 東北大学 理学部

と書くことができる。但しティルダ記号のついたものは元の物理量の Fourier 変換を表し、 L は輸送係数の大きさを表すものとする。(1.3) 式は秩序変数が局所的に保存する場合と保存量のない場合の TDGL 方程式を内挿した形になっており、Onuki (1985) が最初に解析を試みている。また Kawasaki ダイナミクスはスピン間の相互拡散によって起こることと対比して、この長距離交換モデルはスピン間のレビフライトによって時間発展をしていくモデルといえる。乱流中での粒子の運動がしばしばレビフライトで記述されることから ($\mu=2/3$) (Monin and Yaglom (1975)), このモデルは乱流中の相分離を定性的に特徴づけていると思われる。

2. 界面の方程式

2元合金、或は Kawasaki ダイナミクスに従うイジング模型を高温から低温に急冷すると、平衡状態への緩和過程で様々なパターンを観測することができる。特に合金の組成比 (或は上向きと下向きのスピンの比) が 1:1 のとき、スピノーダル分解と呼ばれる互いに入り組んだパターンの時間発展が観測される。一方、組成比が大きく異なる場合には界面エネルギーを減らすために球形のドロプレットが安定になる。この場合 Gibbs-Thomson 効果によって小さいドロプレットから大きなドロプレットに拡散流が生じ、時間と共にドロプレットの平均粒径は大きくなっていく。この過程をオストワルド成長と呼ぶ。これらの過程は何れも保存系の TDGL 方程式を基にして記述できることはよく知られている。我々は自由エネルギー汎関数 $F\{S\}$ としてイジング模型と同じユニバーサルリティクラスに属するものを用いるため、長距離交換モデルを用いても同様のプロセスが生じる。

相分離の後期過程に特徴的なのはエネルギーが上向き、下向きスピンの領域の境界面に集中するため界面のみに注目すればよいことである。そのため (1.3) 式は

$$(2.1) \quad \sigma K(\mathbf{a}) - h = \int d\mathbf{a}' G_d(\mathbf{r}(\mathbf{a}), \mathbf{r}(\mathbf{a}')) v(\mathbf{a}'),$$

と簡単化できる (Kawasaki and Ohta (1983))。ここで \mathbf{a} は界面に沿った座標を表し、 $\mathbf{r}(\mathbf{a})$ は \mathbf{a} の位置、 $v(\mathbf{a})$ は界面の移動速度である。また $K(\mathbf{a})$ は界面の平均曲率を表し、 h は外場、 σ は表面張力である。外場の存在は対称性の破れを意味しており、スピノーダル分解を論じる際には $h=0$ と置けばよい。(2.1) 式に現れるグリーン関数 $G_d(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は Fourier 空間で $\tilde{G}_d(\mathbf{q}) = -1/L |\mathbf{q}|^\mu$ と定義され、実空間では $1 < \mu < 2$ に対し、

$$(2.2) \quad G_d(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = - \frac{1}{C(d, \mu)L |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{d-\mu}},$$

という形を持つ。但し d は空間次元を表し、 $C(d, \mu)$ は d と μ に依存した数係数である。

界面の方程式 (2.1) によってダイナミクスの特徴が明らかになる。即ち、各点の界面の曲率を減らすようにグリーン関数 (2.2) を介して質量移動が起こり、時間と共に粗いパターンになっていくことがわかる。特徴的長さは曲率半径の絶対値の平均で与えられ、一般に時間のべきで増大していく。 $0 < \mu < 1$ の場合は単純なグリーン関数は存在しないが Onuki (1985)、或は Bray (1990) によるくりこみ群の解析によって界面の運動は局所的曲率で決定されることが示されている。従って系の特徴的長さ $l(t)$ は

$$(2.3) \quad l(t) \sim t^{1/2},$$

という時間発展を示す。一方 $1 < \mu < 2$ では (2.1) 式の次元解析より

$$(2.4) \quad l(t) \sim t^{1/(1+\mu)},$$

となることがわかる。ちなみに $\mu=1$ では対数補正があり、 $l(t)$ の発展則は

$$(2.5) \quad l(t) \sim (t/\ln t)^{1/2},$$

に帰着する。

3. オストワルド成長での粒径分布

先に述べた通り組成比が著しく異なる場合には母相の中に球形のドロプレットが析出する。析出相の体積比が小さくドロプレットの拡散が無視できる場合にはドロプレット間の衝突、合体は考えなくてよい。従ってこの場合はオストワルド成長によって系の発展が特徴づけられる。

この際のドロプレット粒径の発展方程式は (2.1) から導くことができる。球形のドロプレットを考えるため界面の方程式は直ちに積分でき、重心が \mathbf{r}_i にある半径 R_i のドロプレットは

$$(3.1) \quad R_i^{\mu-1} \dot{R}_i + \sum_{j \neq i} \frac{R_j^{d-1} \dot{R}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^{d-\mu}} = \frac{(d-1)\sigma LC(d, \mu)}{A_d} \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_i} \right),$$

という時間発展を示す。ここで A_d は単位 d 次元球の表面積であり $R_c = (d-1)/2h$ は臨界半径であり、(2.3)-(2.5) 式に示すような時間発展をする。もちろん $d=3$ で $\mu=2$ と置けば通常のアストワルド成長の発展方程式に帰着する。(3.1) 式で左辺第2項はドロプレット間の相関を表している。一方、相関を無視すると (3.1) 式から臨界半径より大きなドロプレットのみが成長することが理解できる。(3.1) 式はドロプレット間の相関を含んでおり、そのままサイズ分布などを論じることはできない。しかしながら析出相の体積比 ϕ が小さいときには相関の効果は $\phi^{(d-\mu)/\mu}$ で展開でき、困難なくサイズ分布を論じることができる。

具体的にサイズ分布を議論するには粒径分布関数 $n(R, t)$ に対するサイズ空間の連続の式

$$(3.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} n(R, t) + \frac{\partial}{\partial R} [\dot{R} n(R, t)] = 0,$$

及び質量保存則

$$(3.3) \quad \bar{C}(t) = C_{in} - \frac{A_d}{d\nu} \int_0^\infty dR R^d n(R, t),$$

を (3.1) 式と連立させる必要がある。但し (3.3) 式で $\bar{C}(t)$, C_{in} は各時間 t 及び $t=0$ での析出相の平均濃度であり、 ν は原子の大きさを表す。更にサイズ分布のスケールリングを仮定すると $1 < \mu < 2$ に対し

$$(3.4) \quad n(R, t) = t^{-(d+1)/(1+\mu)} F(z); \quad z = R/t^{1/(1+\mu)},$$

と置くことができる。ここでスケールリング関数 $F(z)$ は有限のカットオフ z_0 を持ち

$$(3.5) \quad F(z) = \frac{C_0}{|\omega(z, s)|} \exp \left\{ \int_0^z \frac{dz'}{\omega(z', s)} \right\} \quad \text{for } z \leq z_0,$$

及び

$$F(z) = 0 \quad \text{for } z > z_0,$$

という関数形を持つ。ここで $\omega(z, s)$ はスケールされた過飽和度 s を用いて

$$(3.6) \quad \omega(z, s) = \frac{1+\mu}{d} z^{1-\mu} \left(s - \frac{1}{z} \right) (1 + g(d, \mu, z) z^{d-\mu}) - \frac{z}{d},$$

と表される。但し $g(d, \mu, z)$ は $\phi^{(d-\mu)\mu}$ に比例する多体効果を表す項である。

(3.5), (3.6) 式で求めたスケール関数を図1, 2に示す。図1では3次元で $\phi \rightarrow 0$ の極限を取ったときのスケール関数の μ 依存性を示している。図1から $\mu \rightarrow 2$ で Lifshitz and Slyozov (1961) の求めた関数形に一致し, $\mu \rightarrow 1$ で Marqusee and Ross (1983) が求めた界面律速過程の場合のスケール関数になる。図2では3次元で析出相の体積比を変えたときの関数形の変化を図示した。通常のアオストワルド成長の場合と同様に, 体積比の増加につれ半値幅が広がっていき, μ が小さいとその傾向が甚だしいように見える。これは μ の減少に伴い物質の輸送がより速くなるため, 他のドロプレットの影響を受け易くなるためと解釈できる。尚, 体積比の減少につれ統計的揺らぎが大きくなるため, ここでの解析と数値実験との比較は未だ試みていない。数値実験との比較検討は以下でのスピノーダル分解の場合の解析に対して行われる。

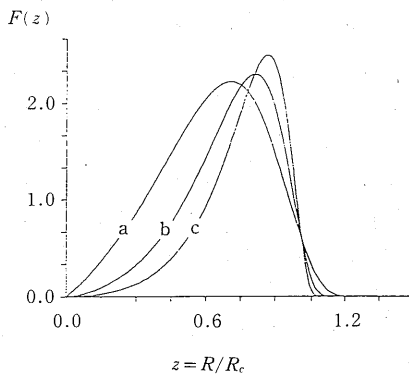


図1. $d=3$ で $\phi \rightarrow 0$ の極限を取ったときの粒径分布のスケール関数の μ 依存性。但し a, b, c は各 $\mu=1.0, 1.5, 2.0$ に対応している。

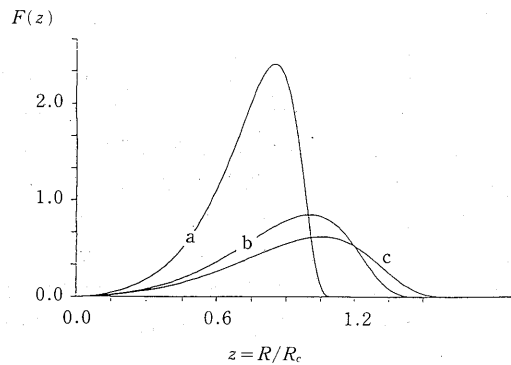


図2. 粒径分布のスケール関数の ϕ 依存性 ($d=3, \mu=1.8$)。但し a, b, c は各 $\phi=0, 0.05, 0.10$ に対応している。

4. スピノーダル分解の平均場理論

この章では (2.1) 式を出発点にしてスピノーダル分解の平均場理論を構成し, 相関関数のスケール形を議論する。この平均場理論の妥当性は次章で述べるシミュレーションの結果と比較することで実証される。

そもそも通常のアオストワルド分解を第一原理から記述する理論は存在しない。しばしば用いられるのは Furukawa (1985) によるスケール理論である。Furukawa は散乱関数の波数の大きいところと小さいところの漸近的振舞いを議論し, その内挿によって散乱関数のスケール形を求めた。しかし, この理論では基礎方程式とのつながりが明確でなく, ここでの解析には利用しなかった。一方, 最近 Ohta and Nozaki (1989) によって提唱された平均場理論では大胆な近似を用いつつもスピノーダル分解の特徴を捉え, 相関関数の振舞いをよく説明している。ここでは Ohta and Nozaki の理論を改良, 一般化することで相関関数の振舞いを予言する。

さて (2.1) 式に戻ってみよう。組成比が 1:1 の場合は対称性の破れがないため $h=0$ と置けばよい。スピノーダル分解の際に界面は複雑な配位を取るために界面に沿っての積分を実行することはできない。従って何らかの近似を行う必要がある。ここで Ohta and Nozaki (1989)

の理論を思い出してみる。簡単のため以下の議論は2次元に限定するが、3次元系に対しても同様の議論は成り立つ。Ohta and Nozaki は界面の成長が大域的には曲率の大きなところからの拡散流によって決まり、局所的には界面の緩和で決まるとした (図3)。従って (2.1) 式の積分を局所的な部分と拡散流の部分に分割でき

$$(4.1) \quad \sigma K(\rho) \cong \int d\rho' G_d(\mathbf{r}(\rho), \mathbf{r}(\rho')) v(\rho') \\ + \langle v_i \rangle \int_l d\mathbf{a}' G_d(\mathbf{r}(\mathbf{a}), \mathbf{r}(\mathbf{a}')) + \langle v_r \rangle \int_r d\mathbf{a}' G_d(\mathbf{r}(\mathbf{a}), \mathbf{r}(\mathbf{a}')),$$

と書くことが可能である。但し $\langle v_i \rangle = \int_i d\mathbf{a} v(\mathbf{a}) / \int_i d\mathbf{a}$ であり、添字 $i=l$ 或は $i=r$ は各注目している界面の左側、右側を表している。注目している界面の曲率がそれほど大きくないと仮定すると界面の位置はある直線 ($z=0$) の回りを揺らいている。(4.1) 式の第2項と第3項での積分は、従って各 $z < 0$ と $z > 0$ で実行される。平均場理論は界面の配置にそれほど依らない筈なので、Ohta and Nozaki にならって更に単純化してみよう。(4.1) 式の第2項と第3項での積分は図4に示すように各 $z = -Z_1$ と $z = Z_1$ でのものに置き換える。また $z=0$ 近傍での界面の位置は一価関数 $z=f(\rho, t)$ にすることが可能である。従って (4.1) 式は

$$(4.2) \quad \sigma K(\rho) = \int d\rho' G_d(\mathbf{r}(\rho), \mathbf{r}(\rho')) v(\rho') \\ + J(t) \int d\rho' [G_d(\mathbf{r}(\rho) - \mathbf{r}(-Z_1, \rho')) - G_d(\mathbf{r}(\rho) - \mathbf{r}(Z_1, \rho'))],$$

と変形できる。ここで $\mathbf{r}(Z_1, \rho)$ は位置ベクトル $\mathbf{r}(Z_1, \rho) = (Z_1, \rho)$ を表し、拡散流の強さ $J(t)$ は $J(t) = \langle v_i \rangle = -\langle v_r \rangle$ である。Ohta and Nozaki の議論では $J(t)$ の決定に曖昧さが残ったが、我々の理論ではどういう近似を行ったかがはっきりしている。(4.2) 式で $v(\rho, t)$ について解いて界面の揺らぎで線形化を行うと

$$(4.3) \quad v(\rho) = \frac{1}{[1 + (\nabla_\rho f(\rho))^2]^{1/2}} \frac{\partial f(\rho)}{\partial t} \simeq \frac{\partial f(\rho)}{\partial t},$$

と

$$(4.4) \quad K(\rho) = \nabla_\rho \left[\frac{\nabla_\rho f(\rho)}{1 + (\nabla_\rho f(\rho))^2} \right] \simeq \nabla_\rho^2 f(\rho),$$

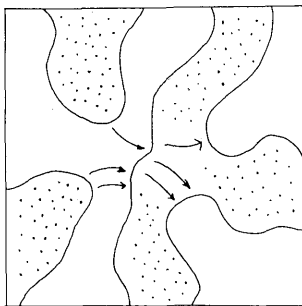


図3. スピノードル分解での界面の配置と拡散流。

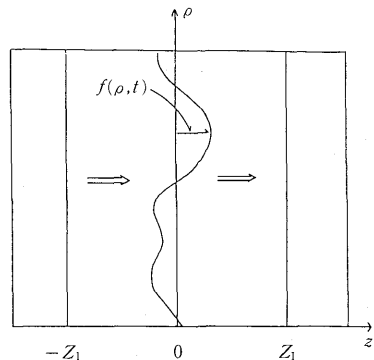


図4. 図3を単純化した模式図。

と近似できるので

$$(4.5) \quad \frac{\partial \tilde{f}(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = \pi^{1/2} L |\mathbf{k}|^{\mu-1} \left[-\sigma k^2 + 2J(t) \frac{\Gamma(2-\mu) \sin(\pi\mu/2)}{\pi L Z_1^{2-\mu}} \right] \tilde{f}(\mathbf{k}, t),$$

という方程式が導かれる。ここで $J(t)$ の定義より

$$(4.6) \quad J(t) \sim l(t)/t \propto t^{-\mu(1+\mu)},$$

と見積ることができ、特徴的長さ $l(t)$ は (2.4) 式を満たすので

$$(4.7) \quad Z_1 \sim l(t) \propto t^{1/(1+\mu)},$$

と評価できる。ここで u -場を

$$(4.8) \quad u(\mathbf{r}, t) = z - f(\rho, t),$$

で導入すると (4.5) 式は (4.6)-(4.8) 式を用いることで

$$(4.9) \quad \frac{\partial \tilde{u}(\mathbf{q}, t)}{\partial t} = q^{\mu-1} \left[-q^2 + 2Bt^{-2/(1+\mu)} \frac{\Gamma(2-\mu) \sin(\pi\mu/2)}{\pi} \right] \tilde{u}(\mathbf{q}, t),$$

に帰着する。但し B は $J(t)Z_1^{\mu-2} = Bt^{-2/(1+\mu)}$ によって定義されるフィッティングパラメーターである。(4.3) 式では輸送係数、表面張力は 1 と置いてある。もちろん $\mu \rightarrow 2$ の極限で、Ohta and Nozaki (1989) の求めた式と一致する。

(4.9) 式は線形方程式なので解くことができる。一方 Ohta (1984) によると界面が薄い極限で相関関数は u -場を用いて

$$(4.10) \quad C(\mathbf{r}, t) = \langle S(\mathbf{r}, t) S(\mathbf{0}, t) \rangle = \frac{2}{\pi} \arcsin \left[\frac{\langle u(\mathbf{r}, t) u(\mathbf{0}, t) \rangle}{\langle u(\mathbf{0}, t)^2 \rangle} \right],$$

で表される。従って 2次元系では相関関数のスケーリング形 $\hat{C}(x)$ は

$$(4.11) \quad C(\mathbf{r}, t) = \hat{C}(x) = \frac{2}{\pi} \arcsin \left[\frac{\int_0^\infty dQ Q J_0(Qx) e^{-g(Q)}}{\int_0^\infty dQ Q e^{-g(Q)}} \right],$$

で与えられる。但し $x = r/l(t)$, $Q = ql(t)$ であり、 $J_0(z)$ はゼロ次のベッセル関数である。また (4.11) 式中で $g(Q)$ は

$$(4.12) \quad g(Q) = 2Q^{1+\mu} - 4B \frac{\mu+1}{\mu-1} Q^{\mu-1} \Gamma(2-\mu) \sin(\pi\mu/2) / \pi.$$

で与えられる。実際の関数形を求めるにはパラメーター B を適当に選んで (4.12) 式を数値積分すればよい。

この章を閉じるに当たって二つの注意を付け加えておく。まず (4.1) 式から (4.12) 式までの議論はパラメーター μ が $1 < \mu < 2$ を満たすときのみ有効であり、それ以外の場合にはまた異なった議論が必要となる。最後に実験等で観測される散乱関数は相関関数と

$$(4.13) \quad I_q(t) = \int d\mathbf{r} C(\mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} = l(t)^d \bar{I}(ql(t)),$$

という関係式で結ばれている。

5. シミュレーション及び理論との比較

前章で提唱した理論の正当性を立証するためには実験かシミュレーションを行う必要がある。ここでは (1.3) 式を離散化した

$$(5.1) \quad \tilde{S}(\mathbf{q}, t + \tau) - \tilde{S}(\mathbf{q}, t) = -\tau \tilde{L}(\mathbf{q}) \tilde{\mu}(\mathbf{q}, t),$$

を Oono and Puri (1987) によって始められたセルダイナミックスの方法を用いて解いた。但し $\tau=1$ は離散化された時間の単位であり、 $\tilde{\mu}(\mathbf{q}, t) = \delta F / \delta \tilde{S}(\mathbf{q}, t)$ は化学ポテンシャルの Fourier 成分である。また $\tilde{L}(\mathbf{q})$ は $(-\nabla^2)^{\mu/2}$ で定義される微分演算子である。(5.1) 式を解き、Fourier 変換を用いることで秩序変数の時間発展が得られる。実際のシミュレーションは初期値依存性を避けるため 10 回のランを $t=5000$ まで行った。更に、用いたシステムの大きさはセルを単位にして 256×256 である。図 5 に示したのは $\mu=0.5$, $\mu=1.0$, $\mu=1.5$ に対するシミュレーションで得られた $t=5000$ でのパターンである。図中で黒地で示した部分では秩序変数が正の値を持ち、白地では負の値を持つ。図から μ の値が小さいときに非保存系で見られるもの

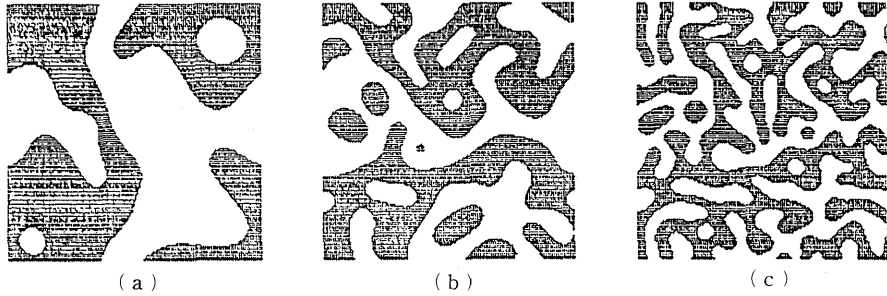


図 5. シミュレーションによる界面の配置図。左から順に $\mu=0.5$, $\mu=1.0$, $\mu=1.5$ でのものである。

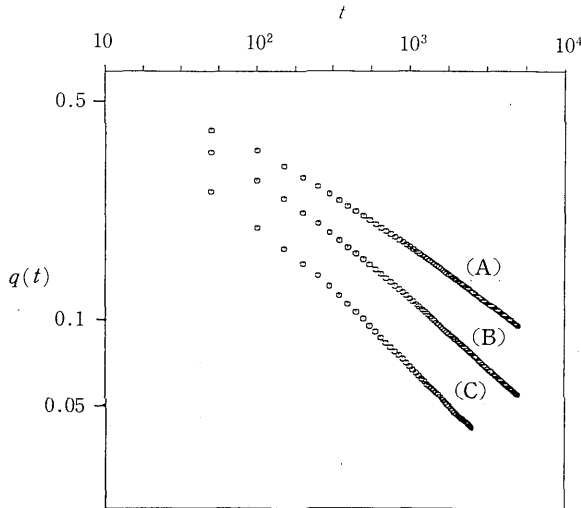


図 6. 特徴的波数 $q(t) = l(t)^{-1}$ と時間の対数プロット。(A), (B), (C) は各 $\mu=0.5$, $\mu=1.0$, $\mu=1.5$ に対応している。

とよく似たパターンが得られ、 μ の値が大きいと、通常のスピンードル分解で見られるものとよく似たパターンが観測される。図6には特徴的波数、 $q(t)=l(t)^{-1}$ の時間発展を示した。大体 $t>10^3$ で時間のべき則に従うことがわかり、 $\mu=0.5$ に対して $l(t)\sim t^a$ ($a=0.51\pm 0.09$)を得、 $\mu=1.5$ では指数は $a=0.39\pm 0.02$ となった。これらは(2.3), (2.4)式での理論式と非常によく一致を見ている。一方 $\mu=1$ に対して指数を見積ると $a=0.44\pm 0.03$ というやや小さい値を得るが、対数補正を考慮すると $l(t)\sim (t/\ln t)^b$ で指数は $b=0.50\pm 0.03$ となり(2.5)式と一致して

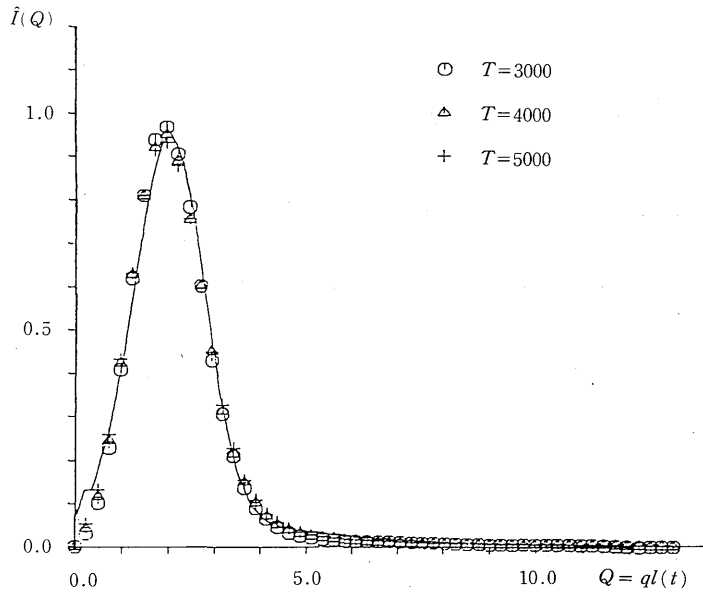


図7. 散乱関数のスケールングプロット ($\mu=1.5$). 実線は理論で予言されたものである。

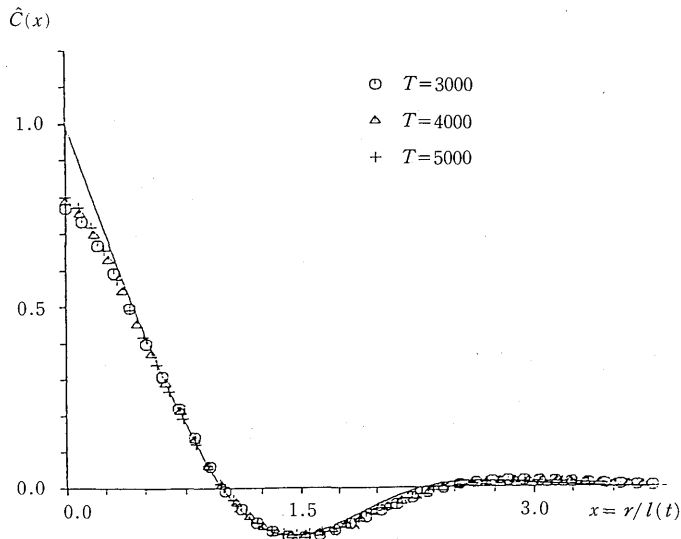


図8. 相関関数のスケールングプロット ($\mu=1.5$). 実線は理論で予言されたものである。

いる。

図7では $\mu=1.5$ に対し散乱関数のスケーリングプロット及び理論との比較を示した。実線で示した理論曲線は(4.11)式で $B=1.0$ と選んだものであり、数値データと驚くほど一致している。図8に示した相関関数のスケーリングを見ると更に特徴がはっきりする。やはり実線で示した理論曲線と数値データはよい一致を見ている。 $x=r/l(t)$ が小さいところで実験値が小さな値を持つのは、界面の厚さが実際には有限の値を持つからである。従ってシミュレーション時間を長く取れば取るほど $x=0$ での相関関数の値は1に近づくが、決して1になることはない。その他散乱関数の波数の大きいところと小さいところの漸近的振舞いも論じたが、紙数の関係上説明を省くことにする。詳細は原論文(Hayakawa and Koga (1990))を参考にされたい。

本稿では長距離交換モデルを導入してその秩序化動力学を論じた。特徴的長さは本文中の(2.3)-(2.5)式に示される発展則に従い、散乱関数及び相関関数は特徴的長さでスケールされることを理論的、数値的に見いだした。更にスピノーダル分解に対して平均場理論を導入することで数値実験で見いだされた散乱関数及び相関関数のスケーリング形を説明することに成功し、オストワルド成長に対してドロプレットのサイズ分布を予言した。

参 考 文 献

- Bray, A.J. (1990). Renormalization-group approach to domain-growth scaling, *Phys. Rev. B*, **41**, 6724-6732.
- Furukawa, H. (1985). A dynamic scaling assumption for phase separation, *Adv. in Phys.*, **34**, 703-750.
- Hayakawa, H. and Family, F. (1990). Dynamics in a long-range exchange model, *Physica A*, **166**, 408-429.
- Hayakawa, H. and Koga, T. (1990). Spinodal decomposition in a long-range exchange model, *J. Phys. Soc. Japan*, **59**, 3542-3552.
- Kawasaki, K. and Ohta, T. (1983). Kinetics of fluctuations for systems undergoing phase transitions, *Physica A*, **118**, 175-190.
- Lifshitz, I.M. and Slyozov, V.V. (1961). The kinetics of precipitation from supersaturated solid solutions, *J. Phys. Chem. Solids*, **19**, 35-50.
- Marqusee, J.A. and Ross, J. (1983). Kinetics of phase separations: theory of Ostwald ripening, *J. Chem. Phys.*, **79**, 373-379.
- Monin, A.S. and Yaglom, A.M. (1975). *Statistical Fluid Mechanics*, Vol.2, Chap.24, MIT Press, London.
- Ohta, T. (1984). Scaling law in the ordering process of quenched thermodynamically unstable systems, *Ann. Physics*, **163**, 31-66.
- Ohta, T. and Nozaki, H. (1989). Scaled correlation function in the late stage of spinodal decomposition, *Space-Time Organization in Macromolecular Fluids* (eds. F. Tanaka, M. Doi and T. Ohta), 51-57, Springer, Berlin.
- Onuki, A. (1985). Dynamics of noninteger derivative models, *Progr. Theoret. Phys.*, **74**, 1155-1157.
- Oono, Y. and Puri, S. (1987). Computationally efficient modeling of ordering of quenched phases, *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 836-839.

Dynamics of Ordering Processes in a Long-range Exchange Model

Hisao Hayakawa* and Tsuyoshi Koga

(Faculty of Science, Kyushu University)

We introduce a model in which the exchange probability $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ of a binary material (Ising model) is a power law function of the distance between the exchanged particles at \mathbf{r}_1 and \mathbf{r}_2 as $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \propto |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{-\mu-d}$, where d is the spatial dimension and $0 < \mu < 2$. Using a coarse-grained picture, it is shown that our model belongs to the same universality class as that of a noninteger derivative model for the time-dependent Ginzburg-Landau (TDGL) equation. We consider phase separations using the long-range exchange model. We find that the system has characteristics of the nonconserved system and the motion of the interface is determined by its local curvature and the characteristic length $l(t)$ obeys $l(t) \simeq t^{1/2}$ for $0 < \mu \leq 1$. On the other hand, for $1 < \mu < 2$, the equation of motion has a nonlocal form and the characteristic length $l(t)$ obeys $l(t) \simeq t^{1/(1+\mu)}$. We analyze the details of scaling properties of the phase separation. In the off-critical quench we find that the generalized Ostwald ripening takes place and obtain the scaling function for the droplet size distribution. In the critical quench we find that the generalized spinodal decomposition takes place and determine the scaling form of the scattering function.

Key words : Long-range exchange model, TDGL equation, Ostwald ripening, spinodal decomposition.

* Now at Faculty of Science, Tohoku University.