

層別四分表の共通オッズ比の正確な信頼区間について

高木 廣文

K 個の四分表の共通オッズ比の信頼区間は, Mantel-Haenszel (1959)推定量とその漸近分散(Robins et al. (1986))を用いて, 対数法により算出するか, 共通オッズ比に関する推定関数 (Sato (1990)) から近似的に推定するのが一般的である.

一方, 各四分表の周辺度数を固定し, 条件付分布である非心超幾何分布から推定を行なう「正確な」方法があり (Gart (1970), Zelen (1971)), 共通オッズ比 ψ は分布の非心度となる.

第 k 層の四分表の患者数, 対照者数を n_k, m_k とし, そのうち特定の要因をもつ人数を x_k, y_k とする. いま, $t_k = x_k + y_k$ が与えられているものとする. $l_k = \max(0, t_k - m_k)$, $u_k = \min(n_k, t_k)$ とし, $L = \sum_k l_k$, $U = \sum_k u_k$ とする.

K 個の四分表の周辺度数が全て固定されている場合, $\sum_k x_k = s$ となる条件付分布は,

$$(1) \quad g(s | \psi) = \frac{C_s \psi^s}{\sum_{r=L}^U C_r \psi^r}, \quad L \leq s \leq U,$$

により与えられる (Zelen (1971)). ここで,

$$(2) \quad C_s = \sum_{R(s)} \prod_{k=1}^K \binom{n_k}{r_k} \binom{m_k}{t_k - r_k},$$

であり, $R(s)$ は $\sum_k r_k = s$ となる K 個の四分表の組合せの全集合である.

正確な $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間を $(\hat{\psi}_L, \hat{\psi}_U)$ とすると,

$$(3) \quad \sum_{z=s}^U g(z | \hat{\psi}_L) = \frac{\alpha}{2}, \quad \text{および} \quad \sum_{z=L}^s g(z | \hat{\psi}_U) = \frac{\alpha}{2},$$

を満たすような $\hat{\psi}_L$ と $\hat{\psi}_U$ を求めればよい. ただし, $s=L$ の場合, $\hat{\psi}_L=0$ とし, $s=U$ の場合, $\hat{\psi}_U=\infty$ とする.

係数 C_s さえ求められれば, 共通オッズ比の信頼区間の推定は, 簡単な反復計算により可能である. Mehta et al. (1985)は, 計算量が $(nK)^2$ のオーダーで, 係数 C_s を算出できる network algorithm を提唱した. 我々は計算量は同等であるが, より単純な再帰的アルゴリズムを開発した. このアルゴリズムにより, 実際の疫学研究でも標本数が数千程度であれば, パソコンでも共通オッズ比の信頼区間を正確に計算することができる (詳細は Takagi (1990)を参照のこと).

参 考 文 献

- Gart, J.J. (1970). Point and interval estimation of the common odds ratio in the combination of 2×2 tables with fixed marginals, *Biometrika*, **57**, 471-475.
- Mantel, N. and Haenszel, W. (1959). Statistical aspects of the analysis of data from retrospective studies of disease, *Journal of the National Cancer Institute*, **22**, 719-748.
- Mehta, C.R., Patel, N.R. and Gray, R. (1985). Computing an exact confidence interval for the common odds ratio in several 2×2 contingency tables, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **80**, 969-973.
- Robins, J.M., Breslow, N.E. and Greenland, S. (1986). Estimators of the Mantel-Haenszel variance consistent in both sparse data and large-strata limiting model, *Biometrics*, **42**, 311-323.
- Sato, T. (1990). Confidence limits for the common odds ratio based on the asymptotic distribution of the Mantel-Haenszel estimator, *Biometrics*, **46**, 71-80.
- Takagi, H. (1990). A simple recursive algorithm for the exact confidence limits for the common odds ratio in a series of 2×2 tables, Research Memo., No. 385, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
- Zelen, M. (1971). The analysis of several 2×2 contingency tables, *Biometrika*, **58**, 129-137.