たアフィンスケーリング法は，射影変換を用いずに，変数（あるいはスラック変数）のスケーリングを行って問題を変形した後に最急降下法を行う単純な内点法で，実用的にも有望な計算機実験の結果が報告されているものである．従来，この方法の大域的収束性の証明にはある種の非退化条件を必要としたが，Tsuchiya (1990) では“局所 Karmarkar ポテンシャル関数”という概念を用いた非退化条件を必要としない大域的収束性の証明が与えられている．

ところで，線形計画問題の最も単純な拡張であるとされる凸2次計画問題はポートフォリオ，最適制御問題などに広い応用を持つ．次のような狭義凸2次計画問題

$$\text{(1)}\qquad \begin{aligned} &\text{minimize } \frac{1}{2} x^t Q x + c^t x, \quad \text{subject to } x \in P, \\ &P = \{x \in R^n \mid A^t x - b \geqq 0\}, \\ &A = [a_1, \ldots, a_m] \in R^{n \times m}, \quad x, c \in R^n, \\ &Q \in R^{n \times n}: \quad Q \text{ は正定値行列}, \\ &b \in R^m \end{aligned}$$

を考える．ここで“問題 (1) に内点可能解が存在し，双対非退化条件が満されている”ことを仮定する．この問題に対するアフィンスケーリング法の反復は，多面体の内点 x において

$$\text{(2)}\qquad \begin{aligned} &x^+ = x - \mu \frac{B(x)^{-1} g(x^+)}{\{g(x^+)^t B(x)^{-1} g(x^+)\}^{1/2}}, \\ &B(x) = AS(x)^{-2} A^t, \qquad g(x) = Qx + c, \qquad S(x) = \mathrm{diag}(A^t x - b) \end{aligned}$$

として定義される (Ye (1989))．μ はステップ幅，x^+ は次の近似解である．$0 \leqq \mu < 1$ であれば，x^+ が内点可能解であることが保証される．本発表では Tsuchiya (1990) で用いられている手法を拡張して反復 (2) の性質を解析し，次の定理を示した (Tsuchiya (1991))．

定理． 上述の仮定の下で，ステップ幅 μ を 1/8 に選べば狭義凸2次計画問題に対するアフィンスケーリング法は大域的収束性を持つ．

参 考 文 献

Barnes, E.R. (1986). A variation on Karmarkar's algorithm for solving linear programming problems, *Math. Programming,* **36**, 174-182.

Dikin, I.I. (1967). Iterative solution of problems of linear and quadratic programming, *Soviet Math. Dokl.,* **8**, 674-675.

Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming, *Combinatorica,* **4**, 373-395.

Tsuchiya, T. (1990). Global convergence of the affine scaling methods for degenerate linear programming problems, Research Memo., No. 373, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo (*Math. Programming* (to appear)).

Tsuchiya, T. (1991). Global convergence of the affine scaling algorithm for the primal degenerate strictly convex quadratic programming problems, Research Memo., No. 417, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

Vanderbei, R.J., Meketon, M.S. and Freedman, B.A. (1986). A modification of Karmarkar's linear programming algorithm, *Algorithmica,* **1**, 395-407.

Ye, Y. (1989). An extension of Karmarkar's algorithm and the trust region method for quadratic programming, *Progress in Mathematical Programming* (ed. N. Megiddo), 49-63, Springer, Berlin.

主双対内点法の収束性

水　野　眞　治

内点法は，線形計画問題などの最適化問題を解く数値計算法の1つであり，Karmarkar (1984)により

はじめて発表された．この解法が大規模な問題を単体法に比べ効率的に解くという研究結果は，数多く発表されている．

線形計画法では，はじめに与えられた問題を主問題とすると，その問題と対をなす双対問題を考えることができる．線形計画問題を内点法で解く場合に，主問題を解く方法，双対問題を解く方法，主問題と双対問題の両方を同時に解く方法（主双対内点法と呼ぶ）がある．

線形計画問題の主双対内点法は，Megiddo（1989）の研究を基に Tanabe（1987），Kojima et al.（1989a）により提案された．Kojima et al.（1989a, 1989b）は，パス追跡法，ポテンシャル減少法と呼ばれる主双対内点法が多項式オーダーで最適解に収束することを示した．しかし，McSchane et al.（1989）の数値実験報告によれば，主双対内点法は理論的な方法に比べ長いステップサイズを取ったときに計算効率がよいという性質を持つ．

理論的なアルゴリズムが最悪の場合の計算効率をよくするように考案されているのに対して，数値実験ではいくつかの例題を実際に解きながら効率のよいアルゴリズムを構築する．その結果，上記のような違いが現れる．McSchane et al.（1989）のアルゴリズムは，いくつかの例題を効率よく解けたけれども，すべての問題を効率よく解くことができるかどうか不明なばかりでなく，大域的に収束するかどうかも不明である．

Kojima et al.（1990）は，McSchane et al.（1989）のアルゴリズムが収束しない場合があることを示した．さらに，McSchane et al. のアルゴリズムに少し変更を加えることにより，大域的に収束するアルゴリズムを構築でき，さらに多項式オーダーで収束するアルゴリズムも構築できることを示した．

参 考 文 献

Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming, *Combinatorica*, **4**, 373-395.

Kojima, M., Mizuno, S. and Yoshise, A. (1989a). A primal-dual interior point algorithm for linear programming, *Progress in Mathematical Programming* (ed. N. Megiddo), 29-47, Springer, New York.

Kojima, M., Mizuno, S. and Yoshise, A. (1989b). An $O(\sqrt{n}L)$ iteration potential reduction algorithm for linear complementarity problems, *Math. Programming*, **50**, 331-342.

Kojima, M., Megiddo, N. and Mizuno, S. (1990). Theoretical convergence of large-step primal-dual interior point algorithms for linear programming, Research Report, RJ7872, IBM, New York.

McSchane, K.A., Monma, C.L. and Shanno, D. (1989). An implementation of a primal dual interior point method for linear programming, *ORSA Journal on Computation,* **1**, 70-83.

Megiddo, N. (1989). Pathways to the optimal set in linear programming, *Progress in Mathematical Programming* (ed. N. Megiddo), 131-158, Springer, New York.

Tanabe, K. (1987). Complementarity-enforcing centered Newton method for mathematical programming: global method, ISM Cooperative Research Report, **5**, 118-144.

センタード・ニュートン法のインプリメンティションについて（その 2．制約条件のある場合）

荒　畑　恵美子

研究者，技術者，経営者等がいろいろの問題に対して，最適解を求めたい場合が起こってくる．しかし，ほとんどの場合，現実には制約条件がある．制約条件を満たしているなかで，最適なものを選び出すことが必要になる．ここでは，制約条件付き最適化にセンタード・ニュートン法（田辺（1990））を用いた数値例について述べる．

問題.（Hock and Schittkowski（1981））制約条件