ントを頂きました.

参 考 文 献

Wahba, G. (1990). *Spline Models for Observational Data*, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania.

柳本武美, 柳本正勝 (1983). 系列データに対する単回帰モデルの適合性を診断する手法とその適用, 統計数理研究所彙報, **31**, 117-127.

Yanagimoto, T. and Yanagimoto, M. (1987). The use of marginal likelihood for a diagnostic test for the goodness of fit of the simple linear regression model, *Technometrics*, **29**, 95-101.

統計基礎研究系

多変量尺度混合分布の漸近展開

清 水 良 一

分布 G に従う p 次元確率ベクトル Z の尺度混合 $X=\Sigma^{1/2}Z$ の分布関数を $F(x)$ とする. ただし, Σ は Z と独立で, 単位行列 I_p の近傍で変動する確率行列であるとする. 問題は, F を G の周りで展開すること, そして展開を有限の項で打ち切ったときの誤差を評価することである. 昨年度に報告したものの改良について述べた.

F, G の確率密度関数をそれぞれ f, g とし, f を

$$f_k(x)=\left\{1+\sum_{j=1}^{k-1}(\cdots)\right\}g(x)$$

という形の関数で近似する: $f(x)=g_k(x)+\delta_k(x)$.

問題は … の部分の決定と誤差項 $\delta_k(x)$ の評価である. 具体的には

$$\Delta_k\equiv\int_{R^p}|\delta_k(x)|\,dx$$

を評価したい. 昨年度は $\Sigma=\mathrm{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_p^2)$ という特殊な場合について述べたが, これを一般の Σ に拡張する. $k=2$ のとき,

$$g_2(x)=\{1+2^{-1}(x^tE(\Sigma-I)x-(E\mathrm{tr}(\Sigma-I)))\}\phi(x)$$

という展開が得られるが, その誤差評価が次の様に与えられる.

確率 1 で $\Sigma-I>0$ であれば

$$(*)\qquad \Delta_2\leqq 0.26\cdot(E|\Sigma|)^{1/2}\cdot(E(\mathrm{tr}(\Sigma-I))^4)^{1/2}.$$

確率 1 で $I-\Sigma>0$ のときには (*) において Σ を Σ^{-1} に置き換えればよい. 一般の場合には

$$\Delta_2\leqq 2.04\cdot p^3\cdot\{E(\lambda_+^p+\lambda_-^p)\}^{1/2}\cdot\{E(\mathrm{tr}(\Sigma-I)^4+\mathrm{tr}(\Sigma^{-1}-I)^4)\}^{1/2}$$

である. ただし, λ_+ と λ_- はそれぞれ Σ および Σ^{-1} の最大固有値を表す.

統計モデルとしての確率分布とその応用

平 野 勝 臣

本年度の研究: (1) 正値連続分布の典型であるスケール分布族の代表的な分布についての考察をまとめた (岩瀬・平野 (1990)). (2) オーダー k の離散分布の研究のうち, K.D. Ling 氏の訪問を機会に彼の研究について調べ, これに関するいくつかの結果をまとめた (Hirano et al. (1991)). 当日は以上の共

同研究を報告した．ここでは Hirano et al. (1991) の要旨を述べる．

Ling のオーダー k の離散分布

成功の確率 p $(0<p<1)$ を持つ，大きさ n のベルヌーイ試行を $X_1, X_2, \dots, X_n$ とし，$Y_i=\prod_{j=i}^{i+k-1} X_j$, $M_n^{(k)}=Y_1+Y_2+\cdots+Y_{n-k+1}$ とするとき，$M_n^{(k)}$ の従う分布をオーダー k のタイプIIの二項分布といい，$B_k^{\mathrm{II}}(n, p)$ とかく (Ling (1988))．r を正の整数とし，試行数 n を固定しないで $M_n^{(k)}$ が r の値をとるまでに要する試行数を $N_r^{(k)}$ とする．$N_r^{(k)}$ の従う分布をオーダー k のタイプIIIの負の二項分布といい，$NB_k^{\mathrm{III}}(r, p)$ とかく (Ling (1989))．$N_r^{(k)}-(k+r-1)$ の分布を $\overline{NB}_k^{\mathrm{III}}(r, p)$，確率生成母関数 (pgf) を $\bar{\phi}_r^{NB}(t)$ とかく．

Ling (1988)は $B_k^{\mathrm{II}}(n, p)$ の pgf の漸化式を与えた．我々はそれを陽の形で解いた(Th. 2.2)．この解を用いて確率関数を陽の形で与えた(Th. 2.3)．$M_n^{(k)}$ の漸近的性質は，ある定常過程がウィナー過程に収束する例となっている (Th. 3.1, 3.2)．

$NB_k^{\mathrm{III}}(r, p)$ の pgf を Ling (1989)より使いやすい形で与え，分散もより単純な形で与えた．また $N_r^{(k)}$ はオーダー k の幾何分布に基づく確率変数の r 個の和として表される(Th. 4.2)．この事実は，この分布のモーメントがオーダー k の幾何分布のモーメントから容易に求まることを示している．

$q\to 0$ と $rq\to\lambda\,(>0)$ を保って，$r\to\infty$ とすると，$\bar{\phi}_r^{NB}(t)$ は $\exp\{-\lambda(1-t^k)\}$ に収束する $(p+q=1)$．これを pgf として持つ分布は平均 λ のポアソン分布の確率を $\{kj : j=0, 1, 2, \dots\}$ 上にとる分布である．

参考文献

Hirano, K., Aki, S., Kashiwagi, N. and Kuboki, H. (1991). On Ling's binomial and negative binomial distributions of order *k*, *Statist. Probab. Lett.*, **11**, 503-509.

岩瀬晃盛，平野勝臣 (1990)．べき逆ガウス型分布とその応用，応用統計学，**19**，163-176．

Ling, K.D. (1988). On binomial distributions of order *k*, *Statist. Probab. Lett.*, **6**, 247-250.

Ling, K.D. (1989). A new class of negative binomial distributions of order *k*, *Statist. Probab. Lett.*, **7**, 371-376.

Multivariate Familial Data の統計解析

小 西 貞 則

多変量統計解析における各種分析手法の適用に際しては，通常，母集団から抽出された互いに独立な観測値に基づいて構成される，ある種の確率行列の分解が基本となる．しかし，医学，疫学，遺伝学等の分野においては，統計的独立性の仮定が満たされないデータに基づく分析をしばしば必要とする．その一例が，遺伝の生物統計学的な研究にみられる，親とその不特定多数の子 (同胞) からなる一つの家族を単位として観測されるデータである．

このようなデータを家族データ (familial data) と呼び，また，各個体がいくつかの特性に関して特徴付けられた多変量データとして観測されるとき，これを多変量家族データ (multivariate familial data) と呼ぶ．ここでは，何組かの多変量家族データに基づいて，種々の家族内特性を探るための統計手法開発を目的として研究を行った．

いま，N 組の家族データを観測し，そのうち α 番目の家族のデータを

$$z_\alpha=(y'_\alpha, x'_{1\alpha}, x'_{2\alpha}, \dots, x'_{k_\alpha,\alpha})' \qquad \alpha=1, 2, \dots, N$$

とおく．ここに，$y_\alpha=(y_{1\alpha}, y_{2\alpha}, \dots, y_{p\alpha})'$ は p 個の特性に関する母親のデータ，$x_{j\alpha}=(x_{1j,\alpha}, \dots, x_{qj,\alpha})'$ は q 個の特性に関する j 番目の子のデータとする．例えば，α 番目の親は k_α 匹の子を同時に生み，生まれた子の間には順序を考慮する必要がないという設定を考えてみる．このとき，z_α は，平均ベクトル $\mu_\alpha=$