法に関して，いくつかの提案を行なってきた（宮里・大島（1988），Miyasato and Oshima (1989)）．そのうちの一つは，慣性モーメントの変動や非線形性の外力の影響を補償するために，入力トルクを高速で切り換える必要が生じる．またモデルが対象に依存した座標系で表現されるため，目標軌道の記述には必ずしも適さない．ここではこの適応制御系を，試行を繰り返すごとに切り換え振幅が小さく再設定され，目標軌道の設定もそれに適した座標系(作業座標系)で行なえる方式に拡張した．具体的には，対象を表現する座標系を，対象に依存した座標系（物理座標系）から目標軌道の表現に適した座標系（作業座標系）に変換する．それにともなって，入力トルクも作業座標表現（作業トルク）に変換されるが，この作業トルク-作業座標系においても，対応する慣性モーメント（等価慣性モーメント）の正定対称性が成立することに着目する．従って作業トルクに対して，物理座標と同種の非線形ロバスト適応制御を適用することにより，作業座標表現で同様の制御系の構成ができる．このとき，入力トルクを作業トルクに変換（物理座標→作業座標）する必要が生じるが，その逆変換（作業座標→物理座標）は行なう必要がないことに注意する．逆変換を含む項は適応機能により推定されるからである．以上で，目標軌道の表現に適した座標系で制御系の構成が行なえる．次に，試行を繰り返すごとに切り換え振幅が小さく再設定されるようにするために，interlace 型適応則と hybrid 型適応則を併用する 2 次元的な適応制御系の構成（宮里・大島（1989））を考える．interlace 型適応則（一つのシステムパラメータに対し，複数のパラメータ推定値をシステムの特性値に応じた間隔で独立に配置して調整する手法）としては，先の非線形ロバスト適応制御方式を採用する．また hybrid 型適応則(制御対称と独立な時間スケールでパラメータ推定値を更新する手法）としては，各試行ごとに作業トルクの同定モデルを設定し，同定モデル中の推定パラメータを，同定誤差が小さくなるように試行が変わる度に更新する方式（逐次最小二乗型 hybrid 適応則)を採用する．この推定パラメータ(一つの試行内においては一定)は，線形制御のフィードバック係数として非線形ロバスト制御則と併用される．試行を繰り返すことで，作業トルクの同定モデルの精度が上がると，それから決まる線形制御もより望ましいものになり，併用する非線形ロバスト制御の寄与が少なくてすむようになる(非線形ロバスト適応制御の必要な寄与の大きさはそれ自身の適応機能により自動的に設定される)．以上のことから，試行を経るにつれて，hybrid 型適応則から決まる線形制御によって，非線形ロバスト制御則の結果生じる入力の切り換えの振幅が，小さく再設定されるようになる．本研究では，このような適応制御系を学習制御系（適応過程の適応的改善が実現されるという意味において）の一種として提案し，その安定性と誤差の収束性の解析を行なった．手法の有効性は，ロボットマニピュレータの実際の機種を想定した数値実験により確認され，試行を繰り返すことによって，切り換え振幅の低減化と過渡特性の向上がみられた．

参 考 文 献

宮里義彦，大島康次郎（1988）．ロボットマニピュレータの非線形適応制御，計測自動制御学会論文集，**24**，63-68．

宮里義彦，大島康次郎（1989）．2 次元適応制御，計測自動制御学会論文集，**25**，997-1003．

Miyasato, Y. and Oshima, Y. (1989). Non-linear adaptive control for robotic manipulators with continuous control inputs, *Internat. J. Control*, **49**, 545-559.

アフィンスケーリング法の大域的収束性

土 谷　　隆

n 変数 m 制約式 ($n<m$) の双対標準形線形計画問題〈D〉

$$
\begin{aligned}
&\text{minimize } c^t x, \quad \text{subject to } x \in \mathscr{P}, \\
&\mathscr{P} = \{x \in R^n \mid A^t x - b \geqq 0\}, \\
&A = (a_1, \ldots, a_m) \in R^{n \times m}, \quad c \in R^n, \quad b \in R^m
\end{aligned} \tag{1}
$$

を考える．〈D〉は次の仮定を満たしているものとする．

〈A1〉 〈D〉は最適解および内点可能解を持つ．

〈A2〉 $\mathrm{Rank}(A)=n$.

線形計画問題に対して Karmarkar (1984) が射影変換を用いる多項式性を持つ新しい内点法を提案して以来，さまざまな角度から内点法の研究が続けられている．アフィンスケーリング法 (Dikin (1967), Barnes (1986), Vanderbei et al. (1986), Adler et al.(1989)) は射影変換を用いるかわりに変数（あるいはスラック変数）に対するスケーリングを用いる〝簡単な〟内点法であり，その反復は $\mathscr{P}$ の内点 $x^{(\nu)}$ において次のように定義される．

$$x^{(\nu+1)}=x^{(\nu)}-\mu^{(\nu)}\frac{B(x^{(\nu)})^{-1}c}{\{c^tB(x^{(\nu)})^{-1}c\}^{1/2}} \tag{2}$$

ここで $\xi(x)=A^tx-b$, $B(x)=A[\xi(x)]^{-2}A^t$, $\mu^{(\nu)}$ はステップ幅，$x^{(\nu+1)}$ は新しい近似解である．また，$[\xi(x)]$ は $\xi(x)$ を対角成分に持つ対角行列を表す．この方法は，単純で分かりやすく，目的関数値の下界値の更新を必要としないなどの利点を持っており，現在多くの計算機実験が行われ，有望な結果が報告されつつある．

アフィンスケーリング法の大域的収束性（反復 (2) の生み出す点列の集積点が最適解以外に存在しないこと）を証明することはいろいろな人々によって試みられてきたが，ごく最近まで，

〈A3〉 主非退化仮定：――制約領域の多面体 $\mathscr{P}$ のすべての頂点においてちょうど n 本の制約が 0 である．

〈A4〉 双対非退化仮定：――制約領域の多面体 $\mathscr{P}$ の頂点以外のすべての面において目的関数値は一定ではない．

のいずれの仮定も必要としないような証明は与えられていなかった．これまでの最良の結果としては，(1) Dikin (1974) による，主非退化仮定のもとでの証明 ($\mu^{(\nu)}=1$: $\mu^{(\nu)}$ は反復 (2) におけるステップ幅)；(2) Tsuchiya (1989) による双対非退化仮定のもとでの証明 ($\mu^{(\nu)}=1/8$)；(3) Tseng and Luo (1989) による証明 ($\mu^{(\nu)}=O(2^{-L})$；L は問題を記述するのに要する総ビット数) があげられる．証明 (3) は退化に関する仮定〈A3〉,〈A4〉を必要としないが，ステップ幅が非常に小さく，それが L に依存するという新たな強い条件を必要とする．

本報告では，同次形線形計画問題に対するアフィンスケーリング法と Karmarkar 法が同じものであることを利用して退化した面の近くでのアフィンスケーリング法の振舞いを詳しく解析し，〝問題〈D〉が仮定〈A3〉,〈A4〉を（共に）満たしていなくても，ステップ幅を 1/8 としてアフィンスケーリング法の反復を行うと，その生み出す点列は必ず最適解の相対的内点に収束する〟ことを示した（より詳しくは Tsuchiya (1990) 参照のこと）．

参 考 文 献

Adler, I., Karmarkar, N.K., Resende, M.G.C. and Veiga, G. (1989). An implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming, *Math. Programming*, **44**, 293-335.

Barnes, E.R. (1986). A variation on Karmarkar's algorithm for solving linear programming problems, *Math. Programming*, **36**, 174-182.

Dikin, I.I. (1967). Iterative solution of problems of linear and quadratic programming, *Soviet Math. Dokl.*, 8, 674-675.

Dikin, I.I. (1974). On the convergence of an iterative process, *Upravlyaemye Sistemy* (in Russian), **12**, 54-60.

Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming, *Combinatorica*, **4**, 373-395.

Tseng, P. and Luo, Z. (1989). On the convergence of the affine-scaling algorithm, Tech. Report, CICS-P-169, Laboratory of Information and Decision Systems, Massachusetts Institute of Technology,

Massachusetts.
Tsuchiya, T. (1989). Global convergence property of the affine scaling methods for primal degenerate linear programming problems, Research Memo., No. 367, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo (to appear in *Math. Oper. Res.*).
Tsuchiya, T. (1990). Global convergence of the affine scaling methods for degenerate linear programming problems, Research Memo., No. 373, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
Vanderbei, R.J., Meketon, M.S. and Freedman, B.A. (1986). A modification of Karmarkar's linear programming algorithm, *Algorithmica*, **1**, 395-407.

Centered Newton Method for Nonlinear Programming

田 辺 國 士

外点法による線形計画問題の一解法として中心化ニュートン法を先に提案したが，ここではこれを非線形計画問題の解法に拡張する．この反復解法は，ほとんど任意の初期値から反復を開始することができ，内点法における初期値設定の困難を解消することができる．

次の非線形計画問題を考える．

問題. 条件 $g_1(\boldsymbol{x})\leqq 0,\ g_2(\boldsymbol{x})\leqq 0,\ldots,\ g_m(\boldsymbol{x})\leqq 0$ のもとで $f(\boldsymbol{x})$ を最小化せよ．

ただし，$\boldsymbol{x}$ は n-項列（位置）ベクトルとし，$f(\boldsymbol{x}), g_i(\boldsymbol{x})$ は十分滑らかな関数とする．また，条件を満足する可能集合は空でないと仮定する．この問題を解くためには連立非線形方程式・不等式系

$$(1)\qquad \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{z})=\begin{pmatrix}\boldsymbol{J}^t(\boldsymbol{x})\boldsymbol{y}+\nabla f(\boldsymbol{x})\\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{z}\\ [\boldsymbol{y}]\boldsymbol{z}\end{pmatrix}=\boldsymbol{0},\qquad \boldsymbol{y}\geqq\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{z}\geqq\boldsymbol{0}$$

を解くことが必要である．ただし，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=(g_1(\boldsymbol{x}), g_2(\boldsymbol{x}),\ldots, g_m(\boldsymbol{x}))^t$ は $\boldsymbol{R}^n$ から $\boldsymbol{R}^m$ への写像とし，$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ は写像 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ のヤコビ行列とし，$[\boldsymbol{y}]$ は $\boldsymbol{y}$ の要素と(順序をふくめて)同じ要素をもつ対角行列とし，$\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{z}$ は m-項列ベクトルとする．$\boldsymbol{R}^n\times\boldsymbol{R}^m_+\times\boldsymbol{R}^m_+$ から $\boldsymbol{R}^n\times\boldsymbol{R}^m\times\boldsymbol{R}^m_+$ への写像 $\boldsymbol{\Phi}$ をこの問題の中心平坦化写像とよぶ．中心多様体（曲線）$\boldsymbol{C}$ を線形集合 $\boldsymbol{D}=\{(0,\ 0,\ u):\ u_1=\cdots=u_m\geqq 0\}$ の写像 $\boldsymbol{\Phi}$ による原像 $\boldsymbol{C}\equiv\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\boldsymbol{D})$ と定義し，中心化ニュートン法をこの系に適用すると，中心化ニュートンベクトル $\boldsymbol{\Delta}_\rho\equiv\boldsymbol{\Delta}_\rho(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{z})\equiv(\boldsymbol{\Delta x},\ \boldsymbol{\Delta y},\ \boldsymbol{\Delta z})$ が連立一次方程式

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y}) & \boldsymbol{J}^t(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{0} & [\boldsymbol{z}] & [\boldsymbol{y}]\end{bmatrix}\boldsymbol{\Delta}_\rho=-\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{z})+\rho\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}\\ \sigma\boldsymbol{1}\end{pmatrix}$$

の解として決定される．ただし $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\nabla^2 f(\boldsymbol{x})+\sum_{i=1}^m y_i\nabla^2 g_i(\boldsymbol{x})$ はラグランジュ関数のヘッセ行列とし，u_i はベクトル $\boldsymbol{u}$ の第 i 要素とし，$\sigma=(y_1z_1+\cdots+y_mz_m)/m$, $\boldsymbol{1}$ は全ての要素が 1 である m-項列ベクトルとし，$(\boldsymbol{x}^t,\ \boldsymbol{y}^t,\ \boldsymbol{z}^t)^t$ を $(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{z})$ などと略記する．このとき $\boldsymbol{\Delta}_0$ はニュートンベクトル，$\boldsymbol{\Delta}_1$ は中心化ベクトルであり，$\boldsymbol{\Delta}_\rho=(1-\rho)\boldsymbol{\Delta}_0+\rho\boldsymbol{\Delta}_1$ となる．「中心化ニュートンベクトルが定めるベクトル場はどのようなものであろうか」という問題を考察しよう．$(\boldsymbol{x}^0,\boldsymbol{y}^0,\boldsymbol{z}^0)$ を初期値とする自励系 $d(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{z})/dt=\boldsymbol{\Delta}_\rho(\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{z})$ の解を $(\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{y}(t),\ \boldsymbol{z}(t))$ $(0\leqq t<M)$ と記すとき，次の定理が成り立つ．

定理. 任意の $\boldsymbol{x}^0$, 非負条件を満たす任意の $\boldsymbol{y}^0>0$, $\boldsymbol{z}^0>0$ に対して自励系の解が $0\leqq t<M$ で存在して，次の第一積分が成り立ち，これにより解曲線が定まる．

$$\boldsymbol{J}^t(\boldsymbol{x}(t))\boldsymbol{y}(t)+\nabla f(\boldsymbol{x}(t))=e^{-t}\{\boldsymbol{J}^t(\boldsymbol{x}^0)\boldsymbol{y}^0+\nabla f(\boldsymbol{x}^0)\},$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(t))+\boldsymbol{z}(t)=e^{-t}\{\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^0)+\boldsymbol{z}^0\},$$