$$\{g(\hat{\theta})-g(\theta)\}/\{1+ag(\theta)\}+z$$

が漸近的に平均 0，分散 1 の正規分布にしたがうような変換 g の存在の上に構成された．一母数モデル (Efron (1987))，推定量が標本平均ベクトルの滑らかな関数として表わされるモデル (Hall (1988)) において，BC_a 信頼区間の良さが証明された．この良さは一般に二次の精度を持つといわれ，次のように定義される．すなわち，信頼係数 $1-2\alpha$ の精密な信頼限界を $\theta_{EX}[\alpha]$，これに対して BC_a 法に基づく信頼限界を $\theta_{BC}[\alpha]$ とすると

$$\theta_{BC}[\alpha]-\theta_{EX}[\alpha]=O_p(n^{-3/2}) \qquad \text{または} \qquad P(\theta<\theta_{BC}[\alpha])=\alpha+O(n^{-1})$$

となるときと定義する．

本研究では，ノンパラメトリックなモデルのもとで統計的汎関数のテーラー展開に基づく Edgeworth 近似を用いて，(1) 変換形を分散安定化変換と正規化変換の合成関数として構成し，(2) 偏りと歪の修正項 a, z の推定方法を与え，(3) BC_a 区間推定が二次の精度を持つことを証明した．この結果をパラメトリックなモデルのもとで適用すると，変換に基づく区間推定の問題を統一的に扱うことができた．さらに，多変量解析における推測問題に適用し，二次の精度を持つことが保証される信頼区間を構成することができた．

参 考 文 献

Efron, B. (1987). Better bootstrap confidence intervals, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **82**, 171-200.
Hall, P. (1988). Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals, *Ann. Statist.*, **16**, 927-985.

最尤法による空間点配置などのフラクタル次元の推定

尾 形 良 彦

空間における自己相似なランダム図形のフラクタル次元を求めるには，通常以下のような二対の量の両対数グラフのプロットが直線上に並んでいるのを確認し，その傾きを測ることが主である．まず box-counting 法と呼ばれるもので，空間を正方形のピクセルに分割したとき，図形と交わっているピクセルの数とそのときのピクセルの一辺の長さとの対をプロットするものがある．次によく使われているのは walking-divider 法と呼ばれるもので，連続な線などの長さをディバイダーによって測るとき，ディバイダーの幅と測られた線の長さの対をプロットするものである．Mandelbrot の本にこれらの例が載って以来，自然科学の多くの分野でこれらの方法に基づく論文や報告が頻出している．

以上の方法以外に，確率場（多次元確率過程）の自己相関やスペクトルによる方法も以前から報告されている．もしランダム図形が自己相似ならば自己相関関数やスペクトルが逆ベキの減衰を示すので，両対数表示によってその傾きを求める．軌跡が一次元確率過程ならばこれは非常に容易である．例えば，Ogata and Abe (1988) は世界と日本における長期間の地震活動が時間に関してほぼ自己相似であることを，Palm-intensity (自己相関と同値)，スペクトル，dispersion-time-diagram，そして R/S 統計量によって示した．特にピリオドグラムに基づく尤度を考えてフラクタル次元（または Hurst 数）の最尤推定値を求めると，それぞれどの方法から求められる推定値に対しても調和的なものであることが認められた．

一般に最尤法は客観的な推定法であるだけでなく，限られたデータでも効率的な推定量を与えることが期待されており，推定値の誤差も見積ることが容易であるので，空間のフラクタル図形に対しても適用できることが望まれる．本報告では，平面上の点配置や線図形の集合に対する最尤法を開発したことを述べた．すなわち，以下に示す二種類の尤度が近似的な意味で定義される．一つは Palm 確率測度に対応する点配置を原点からの距離にのみ依存する非一様(non-homogeneous) Poisson 点過程と仮定して，この intensity をパラメタ化して尤度を考える．2 次元空間内の配置のフラクタル次元を D とするとき

intensity の距離に関する減衰のベキが$D-2$になっていることを利用することによって最尤推定値として得るのである.

もう一つは，スペクトルの推定量であるピリオドグラムが一定の条件のもとで指数分布にしたがっていることに基づいた近似尤度である．一様でかつ回転不変（isotropic）な空間点配置のスペクトルは距離に対応する波数（wave-number）だけに依存するので，これをパラメタ化することになる．点配置・図形がおおよそ自己相似（self-similar）ならば，距離波数に関してベキ乗に減衰し，そのベキがフラクタル次元に他ならない．このベキ乗減衰の様子のノンパラメトリックなグラフとしては，二次元ピリオドグラムを極座標表現して，角度の波数に関して重ね合わせをする周辺（marginal）ピリオドグラムが距離波数のスペクトル成分の一致推定量として推薦できる.

これらの最尤法を Lēvy-dust と呼ばれる集積型点配置のシミュレーションデータで検討して，合理的な結果を得た．そして，中部地方における浅発地震の震央の配置を解析したところ，これはほぼ自己相似であり，その次元は上記二つのいずれの方法から求めたものでもよく一致する．最後に，ある山塊の等高線を，パソコンに付随する image analyzer でピクセルの座標に変換して，これを点配置と考え，同様の推定をした.

近似的にせよ尤度を与えることによって，パラメタ化を拡張して，ランダム図形が非一様または角度依存のある場合の解析が可能になることの意義は大きい.

参考文献

Ogata, Y. and Abe, K. (1988). Some statistical features of the long-term variation of the global and regional seismic activity, Research Memo., No. 362, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

Ogata, Y. and Katsura, K. (1989). Maximum likelihood estimates of the fractal dimension for random spatial patterns, Research Memo., No. 374, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

地震活動研究における数理統計的方法について

（客員）東京大学名誉教授 宇 津 徳 治

地震活動の研究は，個々の地震ではなく，集団としての発生状況を解析して地震発生の仕組みや関連する地球内部の状態，さらに地震発生の危険度推定・予知に役立つ情報を得ようとするものであり，数理統計的手法が欠かせない.

この分野の研究の歴史はかなり古いが，全体を総括した文献はほとんど見あたらない．筆者はかねてから地震活動研究をまとめた著作をしたいと思っているが，その準備作業として，地震活動と地震予知に関連する文献9530編を内容により64種の分類記号を付けて整理した．結果は「地震活動・地震予知文献目録」（全350ページ）として少数部印刷したが，パソコン等で検索するほうが使いやすいので，フロッピーディスク（2枚）として提供している.

統計的方法が関与する研究は主として次の分類項目（数字は文献数）に属するもので，例えば確率分布をあてはめパラメータの時間・空間的変動を調べたもの，点過程解析，フラクタルなどいろいろな方法が使われている.

空間分布パターン	50	マグニチュードの分布	595
時間分布/時系列（予測）	286	周期性/トリガー作用	306
時間空間パターン（一般）	279	地震発生の相互関係/転移	184
前震/先駆的異常活動/空白域	551	余震	630
群発地震	279	地震発生確率/危険度/最大地震	409