ど)，④ 対数線形モデル（LLM）との関連性，⑤ Goodman の RC-Association モデルとの関係などがある．とくに④，⑤については，LLM により交互作用項を検出した後，AFC をモデルの残差検討や交互作用パラメータの解釈に併用するなどの方法やそのアルゴリズムが考えられている（以上については Tenenhaus and Young (1985), Goodman (1986), Lauro et al. (1989), Van der Heijden et al. (1989) などを参照)．一方，自動分類の分野では，グラフ理論の考え方を応用した大量データの階層的分類法や，階層的・非階層的分類を融合させたハイブリッド方式の分類法などの研究で独自の展開が見られる．これらに関連した各種のデータ解析ソフトウェアが多数あるが，これの流通をすみやかに行うための組織化に特色があり，CISIA (Centre International Statistique et d'Informatique Appliquée), MODULAD といった組織の活動も活発である．また Rennes, Toulouse, Montpellier などの各大学や研究機関でも独自のデータ解析ソフトウェアの開発を進めており，これらは上記の機関などを通じて研究者に利用の便が図られている．筆者もフランス滞在中に，マイクロコンピュータ対応のデータ解析ソフトウェア（対応分析，分類手法など）を開発して，こうした機関のライブラリに登録するという開発作業を進めることができた．

## 参考文献

Goodman, L.A. (1986). Some useful extension of the usual correspondence analysis approach and the usual log-linear models approach in the analysis of contingency tables, *Internat. Statist. Rev.*, **54**, 243-309.

Lauro, N.C. et al. (1989). Correspondence analysis and log-linear models in multiway contingency tables study —Some remarks on experimental data—, *Metron*, **40**, 213-234.

Tenenhaus, M. and Young, F.W. (1985). An analysis and synthesis of multiple correspondence analysis, optimal scaling, dual scaling, homogeneity analysis, and other methods for quantifying categorical multivariate data, *Psychometrika*, **50**, 91-119.

Van der Heijden, P.G.M. et al. (1989). A combined approach to contingency table analysis using correspondence analysis and log-linear analysis, *Appl. Statist.*, **38**, 249-292.

# Likelihood Estimation of Directional Interaction

種 村 正 美

空間に配置された各点に方位が付与されているとする．ここでわれわれの興味は個々の方位データが示す空間パターンにあり，その特徴抽出やモデルの当てはめが本研究の目的である．

有界領域 $V$ の空間に散布された $N$ 個の点の位置座標 $\boldsymbol{X}\equiv(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2,\ldots, \boldsymbol{x}_N)$ が与えられているとし，各点には方位ベクトル $\boldsymbol{S}\equiv(\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2,\ldots, \boldsymbol{s}_N)$ が付随しているとする（$\boldsymbol{s}_i\in\Omega$, $|\boldsymbol{s}_i|=1$, $i=1,\ldots,N$；$\Omega$ は角度空間)．いま，点 $i$ と $j$ の位置座標と方位ベクトルに対して相互作用ポテンシャル $\Phi_\theta(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j; \boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j)$ が働き，与えられた $\boldsymbol{X}$ および $\boldsymbol{S}$ がこのポテンシャルの下での Gibbs カノニカル分布に従うと仮定する．ここで簡単のために，相互作用は「隣接する」点間 $i, j$ にのみ働き，しかもそれらの距離には依存せず，二点 $i, j$ の方位ベクトルの関数として表されるというモデルを考え，

$$\Phi_\theta(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j; \boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j)=f_\theta(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j), \qquad (i, j): \text{隣接対}$$

とする．このとき，対数尤度は

$$\log L=-\sum_{i<j;\,\mathrm{n.n.}} f_\theta(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_j)-\log Z(f_\theta; N)$$

と表され，$Z(f_\theta; N)$ は規格化因子である．ここで $\sum_{i<j;\,\mathrm{n.n.}}$ は隣接対についての和を表す．また，上記の仮定により，$Z(f_\theta; N)$ には位置座標に関する積分は現われない．各点の隣接点数が一定の場合，この $Z(f_\theta; N)$ が厳密に求められることがある．

いま，$\boldsymbol{X}, \boldsymbol{S}$ が直線線分 $V$ 上に配置するとして，$|\Omega|=2\pi$, $f_\theta(\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{s}_{i+1})\equiv f_\theta(\boldsymbol{s}_i\cdot\boldsymbol{s}_{i+1})$ の場合を考えると，$\boldsymbol{s}_i\cdot\boldsymbol{s}_{i+1}=\cos(\phi_{i+1}-\phi_i)$ に注意して，

$$Z(f_\theta;\ N)=\frac{1}{(2\pi)^N}\int_0^{2\pi}d\phi_1\prod_{i=1}^{N-1}\int_0^{2\pi}\exp\{-f_\theta(\cos\phi_{i+1})\}d\phi_{i+1}$$
$$=\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp\{-f_\theta(\cos\phi)\}d\phi\right]^{N-1}$$

となり，規格化因子 $Z$ が一重積分のみで表される（ここで $\boldsymbol{s}_{i+1}$ の角 $\phi_{i+1}$ を $\boldsymbol{s}_i$ を始線にして定めた）．これから数値積分によって対数尤度は容易に計算できる．

報告では，$f_\theta(\boldsymbol{s}_i\cdot\boldsymbol{s}_{i+1})\equiv-\theta\boldsymbol{s}_i\cdot\boldsymbol{s}_{i+1}$ の場合（一次元 XY モデル）に対する計算機シミュレーションを行ない，母数 $\theta$ の最尤推定を行なって真の母数値と良く一致すること，およびその標本誤差の実験値が理論値と良く一致することを示した．そして実データの解析例として，ヒトデの移動データを解析して系列相関分析との定性的な一致を見た．また講演では，二次元 Ising モデルに対する厳密解のこの問題への適用可能性についても述べた．

# 連結ベクトルの分布とその応用

馬 場 康 維

## 1. 連結ベクトル表現

$k$ 個の状態 $L_1, L_2,\ldots, L_k$ で表現される系を考える．状態 $L_j$ をベクトルの方向 $\theta_j$ で表現することにする．状態 $L_j$ に属する標本をベクトル

$$\boldsymbol{x}_j=(w_j\cos\theta_j,\ w_j\sin\theta_j)\qquad(0\leqq\theta_j\leqq\pi)$$

で表現し，このベクトルを連結すればデータの構造を表現できる．これを連結ベクトル表現という．ここでは連結ベクトルの分布（Baba (1989)）とその分布を用いる方法について述べる．

## 2. 合成ベクトルの座標軸

$k$ 個の状態に対応するベクトルの合成ベクトルを

$$\boldsymbol{y}=\sum_{j=1}^{k}x_j=(\sum w_j\cos\theta_j,\ \sum w_j\sin\theta_j)$$

とする．$\boldsymbol{y}$ は2次元のベクトルであるから，2次元の量を表現できる．そこで $\boldsymbol{y}$ の座標系について考える．ここで $w_j$ に対して

$$\sum w_j=1$$

という条件をつけておく．

$$c=\sum w_j\cos\theta_j,\qquad s=\sum w_j\sin\theta_j$$

とすると

$$\boldsymbol{y}=\sum x_j=(c,\ s)$$

である．$\boldsymbol{y}$ の大きさと方向をそれぞれ $R$, $\phi$ とし，

$$\boldsymbol{y}=(R\cos\phi,\ R\sin\phi)$$