ベイズモデルによる線形フィルターの特性

樋口知之

様々な先験モデルを用いたベイズアプローチによる解析法は，本研究所のスタッフによりこの約10年ほど精力的に研究・開発されてきた（Gersch and Kitagawa (1988)）．特に，最もシンプルな型である線形・ガウスモデルを使った解析は，現在でもその簡便性から多方面にわたり広く行われている．時系列解析においても，トレンド推定，季節調整，非定常スペクトル推定，地球潮汐成分推定，地震波成分分解等，応用例は数限りない．これらのベイズ流解析法は，非定常スペクトル推定を除けば，ほとんどが次のようなモデルに統一的に書き下せる．

$$y(i)=s_1(i)+s_2(i)+\cdots+s_M(i)+e(i) \qquad (i=1,\ldots,N)$$

$y(i)$ は観測値，$e(i)$ は観測ノイズ（$e(i)\sim N(0,\sigma^2)$）．分解された諸成分は，おのおの次のような線形の制約条件を受けている．

$$\sum_{j=0}^{J_m} a_m(j)s_m(i-j)=u_m(i)$$

$u_m(i)$ はシステムノイズで，$u_m(i)\sim N(0,\sigma^2/\tau_m^2)$ に従う．このとき τ_m^2 が超パラメーター（北川流ではパラメーター）である．$a_m(j)$ の値をいろいろ変えることで，様々な先験モデルが構築できる．ここで τ_m^2 と $a_m(j)$ を与えれば，求める解 $s_m(i)$ は一意的に定まり，式変形のあと

$$\hat{s}_m=T_m y$$

の形で与えられる（ただし，$\hat{s}_m=[\hat{s}_m(1),\hat{s}_m(2),\ldots,\hat{s}_m(N)]$, $y=[y(1),y(2),\ldots,y(N)]$, T_m は $(N\times N)$ 行列）．この T_m に有限離散フーリエ変換を施すことにより，導入した先験モデルの周波数空間における performance（つまりフィルターの特性）が明示できる（Higuchi (1990)）．この表現法を用いて，様々な先験モデル（一回差分 smoothness prior，高回差分 smoothness prior，季節調整モデル，非線形振動モデル，減衰（増幅）振動モデル，AR タイプの地震波モデル（Kitagawa and Takanami (1985)））の周波数特性（例えば gain や位相）を示せる．さらに具体的に gain を計算することで，超パラメーターの値と，smoothness prior モデルの lowpass フィルターとしての透過幅の関係を与えることができる．同様にして，超パラメーターと，振動モデルの bandpass フィルターとしての半値幅の関係を得ることもできる．これらの関係式を使って，従来の解析の流れ（データから超パラメーターの値を定める）とは逆の，ベイズモデルを使った線形フィルターの設計が可能となる．

参考文献

Gersch, W. and Kitagawa, G. (1988). Smoothness priors in time series, *Bayesian Analysis of Time Series and Dynamic Models* (ed. J.C. Spall), 431-476, Dekker, New York.

Higuchi, T. (1990). Spectral representation of linear operator to decompose a time series into the multi-components, submitted to *Ann. Inst. Statist. Math.*

Kitagawa, G. and Takanami, T. (1985). Extraction of signal by a time series model and screening out micro earthquakes, *Signal Processing*, 8, 303-314.

不完全情報下における制御系設計に関する研究

宮里義彦

ロボットマニピュレータなどの非線形機械システムの制御に有効な非線形ロバスト適応制御系の構成