Newton 法の2次収束性に関する一般論は適用できない状況ではあるが，伊理-今井は，問題(1)とその双対問題（いわゆる標準形線形計画問題）がともに解で非退化であるという仮定（これは，(1)の最適解は一点で，そこで0になっている制約式がちょうど n 本（変数の数）だけあるという仮定である）のもとで，この Newton 法が2次収束することを証明した．

ところで，現実に現れる線形計画問題は退化した最適解を持つことが多い．主問題，双対問題がともに退化している場合，解集合 X は一点ではなく多面体 P の1次元以上のある面であり，さらに，Xのいくつか（あるいは全て）の頂点において n 本以上の制約式が同時に0になることがある．我々は，Tsuchiya and Tanabe (1988) 及び Tanabe and Tsuchiya (1987) で使われている手法を利用して，退化した最適解の近くでの伊理-今井法の振舞いを調べ，次のような結果を得た（Tsuchiya (1989)）．

主問題，双対問題がともに退化しているような線形計画問題に対して伊理-今井法を適用すると次のいずれかの状況が起こる：

(i-a)　X の頂点のいずれかに2次収束する；

(i-b)　X の（頂点以外の）ある面の〝相対中心″（P の各面に唯一存在する特別な相対的内点である；定義については Tanabe and Tsuchiya (1987) 参照のこと）に2次収束する；

(ii)　有限回の反復ののち，解集合 X の一点に到達して反復を終える．

実際には(i-b), (ii)が起こることはまれであり，ほとんどの場合（i-a）が起こると考えられる．

参考文献

Iri, M. and Imai, H. (1986). A multiplicative barrier function method for linear programming, *Algorithmica*, **1**, 455-482.

Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming, *Combinatorica*, **4**, 373-395.

Tanabe, K. and Tsuchiya, T. (1987). Global analysis of dynamical systems associated with Karmarkar's method for linear programming (manuscript).

Tsuchiya, T. (1989). Local analysis of Iri and Imai's method under degeneracy, 統計数理研究所 共同研究リポート No. 19 〝線形計画問題の新解法3″（掲載予定）.

Tsuchiya, T. and Tanabe, K. (1988). Local convergence properties of new methods in linear programming, Research Memo. No. 358, The Institute of Statistical Mathematics.

線形計画問題の新解法と MPS II

上　田　澄　江

ライブラリー•ルーチン MPS II は単体法を基礎とした数理計画問題の解法であるが，その特徴として

- 計算速度の制御，出力結果の制御ができる．
- 初心者でも簡単に使用できる．即ち，MPSCL（MPS control language）の用意するシステムマクロを用いれば詳細な知識なしに使用できる．
- 熟練者はモデルに対する経験を最大限に活かして，個々のプロシージャを効果的に制御して計算速度を速めたり，柔軟なプログラムを組むことができる．
- 中間言語ファイルに制御プログラムを保存することにより，数個のモデルの結果を短時間で計算できる．
- レンジ行，バウンド行（制約式および変数の上，下限の設定）を活用することにより処理速度が向上する．
- 各プロシージャを指定することにより，データの誤り（形式，重復，欠落など）および冗長な式や

列（解に影響しない制約式など）を検出したり，良い初期基底を得る．また，大規模問題などで長時間を要するときには退避機能を用いて再開することができる．

・非線形な目的関数および制約条件を線形計画法の中で扱ったり，整数変数をもつ線形モデルを解く．

等が挙げられる．この MPS II と Tanabe (1987) の提案した解法 Centered Newton (C-N) 法を比較・検討した．1反復に要する計算の質的相異のため両者を単純に比較することはできないが，1つの目安とはなり得る．MPS II の収束までの反復回数が問題のサイズに比例して増大するのに対して C-N 法ではそれ程変化しない．ここに掲げた例は特殊ではあるが，現実問題もかなりスパースで構造化されていたり対角成分の周辺に非零要素が集中している場合も多い．

数理計画問題		問題の大きさ	非零要素数	MPSII の反復回数		C-N 法の反復回数	
				phase I	total	phase I	total
小さな問題	1	2 * 3	4	2	2	2	7
	2	2 * 4	6	2	2	2	6
	3	2 * 5	8	2	2	2	8
	4	2 * 6	10	2	3	2	8
栄養問題		11 * 28	171	2	17	4	13
輸送問題	1	7 * 15	27	7	10	2	8
	2	22 * 120	232	23	36	2	11
修正 Klee-Minty		16 * 32	47	16	18	3	9

参考文献

HITAC マニュアル (1981). 数理計画システム解説編, 8080-7-093-10.

HITAC マニュアル (1981). 数理計画システム文法操作編, 8080-7-103-10.

Tanabe, K. (1987). Complementarity-enforcing centered Newton method for mathematical programming: Global method, 統計数理研究所 共同研究リポート No. 5, 118-144.

Tanabe, K. (1988). Centered Newton method for mathematical programming, *Proceedings of the 13th IFIP Conference*, 197-206, Springer, New York-Berlin.

Centered Newton Method for Linear Programming: Exterior Point Method

田 辺 國 士

内点法による線形計画問題の一解法として中心化ニュートン法 (Tanabe (1987, 1988), 田辺 (1989)) を先に提案したが，本稿ではこれを外点法に拡張する．この反復解法は，ほとんど任意の初期値から反復を開始することができ，内点法における初期値設定の困難を解消している．

次のふたつの線形計画問題は，一方が解けると他方も解けたことになる．

主問題． $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{0}$ のもとで $\boldsymbol{c}^t\boldsymbol{x}$ を最小化せよ．

双対問題． $\boldsymbol{A}^t\boldsymbol{y}\leqq\boldsymbol{c}$ のもとで $\boldsymbol{b}^t\boldsymbol{y}$ を最大化せよ．