参 考 文 献

Tanabe, K. (1987). Complementality-enforcing centered Newton method for mathematical programming: Global method, ISM Cooperative Research Report, **5**, 118-144.
Tanabe, K. (1988). Centered Newton method for mathematical programming, *System Modelling and Optimization* (eds. M. Iri and K. Yajima), 197-206, Springer, New York.
田辺國士 (1989). 中心化ニュートン法, オペレーションズ・リサーチ, **34**, 135-138.

統計基礎研究系

尺度混合分布の確率密度関数の漸近展開の誤差評価

清 水 良 一

標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う確率変数 X の尺度混合 $Y=\sigma X$ の分布関数 $F(x)$ を $N(0,\ 1)$ の分布関数 $\Phi(x)$ の周りで展開する問題を考える. ただし, σ は X と独立で, 1の近傍で変動する確率変数であるとする. $N(0,\ 1)$ の確率密度関数を ϕ とし, 簡単の為に k は2またはそれ以上の偶数とすると, $F(x)$ は

$$G_k(x)=\Phi(x)-\sum_{j=1}^{k-1}\frac{1}{2^j j!}H_{2j-1}(x)\cdot E(\sigma^2-1)^j\cdot\phi(x)$$

で近似され, その誤差は上限 $\Delta_k\equiv C_k\cdot\{E(\sigma^2-1)^k+E(\sigma^{-2}-1)^k\}$ をもつ. すなわち, 任意の x に対して $|F(x)-G_k(x)|\leqq\Delta_k$ である. ただし, H はエルミート多項式, C_k は k だけで決まる正の数である. しかし, 分布関数のこの近似は, いろいろな事象の確率を十分によく近似しているという保証を与えてくれる訳ではなく, とくに, 多変量の場合にはこの種の誤差評価では余り役に立つとは思われない.

いま, $f_+(\xi)\equiv\xi^{-1/2}\exp(-x^2\xi^{-1}/2)$ を ξ の関数と見て, $\xi=1$ の周りで $k-1$ 次の項まで展開する. $(\xi-1)^j$ の係数は $H_{2j}(x)\cdot f_+(1)/2^j j!$ で与えられる. 誤差項 $\delta_{+k}(\xi,\ x)$ は絶対可積分であり, その積分を $(\xi-1)^k$, $(\xi^{-1}-1)^k$, および $(\xi^{-1}-1)^{k+2}$ の一次式で評価することが出来る. 任意の正の数 σ に対して $\phi(x/\sigma)/\sigma$ は $f_+(\xi)$ によって $\phi(x/\sigma)/\sigma=f_+(\sigma)/\sqrt{2\pi}$ と書けるので, $\phi(x/\sigma)/\sigma$ を $\phi(x)$ の周りで展開し, その誤差評価を得ることが出来る. このことから, 確率変数 Y の確率密度関数 $f(x)=E(\phi(x/\sigma)/\sigma)$は $G_k(x)$ の導関数 $G'_k(x)$ によって十分によく近似されることが分かる. とくに, 任意のボレル集合 A に対して事象 $Y\in A$ の確率は $G'_k(x)$ の A 上の積分で近似され, その誤差は $C_k\cdot E\{(\sigma^2-1)^k+(\sigma^{-2}-1)^k+(\sigma^{-2}-1)^{k+2}\}$ を越えない. 確率密度を展開するこの方法は, X が多次元正規分布, Σ が単位行列 I の近くで変動する正定値確率行列の場合について $\boldsymbol{Y}=\Sigma^{1/2}\boldsymbol{X}$ の分布の漸近展開に拡張して使うことが出来るものと期待される. いまの場合, $F(x)-G_k(x)$ の符号変化が高々 $2K$ 回であることから, 上の誤差評価は $|F(x)-G_k(x)|\leqq\Delta_k$ から容易に得られるのであるが, これを多変量の場合に拡張して使うことは, 少なくとも初等的な方法では出来そうもない. なお, $f_+(\xi)$ の代りに $f_-(\xi)\equiv f_+(1/\xi)$ を使うことによって, σ^2 を σ^{-2} で置き換えた展開も可能であり, 同様の上限が得られる.

L_1 ノルムを用いた適合度検定について

安 芸 重 雄

Shepp (1982), Rice (1982), Johnson and Killeen (1983) 等によって, Brownian bridge の L_1 ノルムの分布が明らかになった. これらの結果により, $T_n=\int_0^1|\sqrt{n}(F_n(x)-F(x))|\,dF(x)$ という形の適合