

準ガウス分布の設計と利用

石 黒 真木夫

適切に設計された準ガウス分布を利用することによって柔軟なデータ解析を実現することが出来る。

1. 準ガウス分布

原点に関して対称な単峰の分布の族といった程度の意味で使いたい。標準ガウス分布を含む分布族であり、“shape parameter”をコントロールすることによって標準ガウス分布に一致させられるものとする。英語では quasi-Gaussian distribution と言うべきだろう。日本語では、近ガウス分布、亜ガウス分布、擬ガウス分布、偽ガウス分布、非ガウス分布などが考えられるが、ここでは「準ガウス分布」を採用した。

2. 設 計

準ガウス分布の設計にあたっては、図1に示した正規乱数発生法が手がかりとなる。次の2つの場合が考えられる（以下、 x は正規乱数、 u は一様乱数を表すものとする。 $F(x)$ と $f(x)$ はそれぞれ標準正規分布の分布関数と確率密度関数である）。

- (i) 図1のシステムへの入力 u を歪ませる方法：この場合の確率密度関数の式は

$$h_p(F(x))f(x)$$

で与えられる。 $F(x)$ と $f(x)$ はそれぞれ標準正規分布の分布関数と確率密度関数である。

- (ii) 得られた正規乱数を歪ませる方法：これは乱数として

$$g_p(x)$$

を使う方法である。この乱数の確率密度関数は

$$f(g_p(x))g_p'(x)$$

で与えられる。

ここでは、扱いが簡単な2番目の方式をとることにした。 $g_p(x)$ としては、下の(2.1)式で定義されるものを用いた。

$$(2.1) \quad g_p(x) = \frac{h_p(x)}{h_p(1)}$$

ここで、 $h_p(x)$ は、

$$(2.2) \quad h(x) = -\frac{\alpha}{\beta^2} e^{-\beta x} \left(\frac{2}{\beta} + x \right) + \gamma x + \delta$$

において、

$$\text{一様乱数 } u \Rightarrow \text{正規乱数 } x$$

図1. 正規乱数の発生.

$$\begin{aligned}\alpha &= p^2 \left(1 - \frac{1}{p}\right) \\ \beta &= p \\ \gamma &= \frac{1}{p} \\ \delta &= \text{s.t.} \quad h_p(0) = 0\end{aligned}$$

と置いたものである。 $h(x)$ は、

$$(2.3) \quad h''(x) = -\alpha x e^{-\beta x}$$

の 2 階積分として得られる関数である。

3. 利 用

準ガウス分布を「データ分布」の表現に利用する場合と、ベイズ手法を利用する際の「事前分布」として利用する場合とが考えられる。

- データ分布としての利用：ロバスト推定の方法が得られる。表 1 に数値例を示す。標準正規分布に従う独立な乱数 10 個を発生させて、その「平均」を推定した Case 1 と、最後のデータを「10.0」で置き換えたデータから、「平均」を推定した Case 2 の例である。
- 事前分布への応用に関しては、論文を準備中である。

表 1. ロバスト推定。

Case	AIC の値 (位置パラメータの推定値)	
	ガウス分布モデル	準ガウス分布モデル
1	37.5 (-0.4)	39.2 (-0.4)
2	56.8 (0.5)	53.4 (-0.3)

玖珠川水系の流量解析

荒 畑 恵美子

九州にある玖珠川水系の流量解析を行なった。ダム制御を行なう目的は貯留量を一定に保つことにある。それには、流入量と流出量を知ることである。流出量はゲートの開閉で知ることが出来るが、流入量はわからない。流入量の中でも残流量が、よくわからない。そこで、残流量を推定することが重要になる。それには、次のようにした。

各時点で、各々のダム貯水池での流量の入・出力関係をモデル化した。未知の部分の挙動を表現するために、状態方程式に 2 階の階差のスムーズネス・プライヤを用いた。また、観測データのないところは、2 階の階差が 0 であるというダミー・データを観測方程式に加えた。モデルを状態空間表現し、カルマン・フィルタを用いて計算した。構造パラメータの値の決定は、各河川における予測流量が常識に反しないように考慮した上で、試行錯誤的に行なわれた。ある期間のデータにあてはめた構造パラメータの値を用いて、他の期間のデータにも適用出来ることがわかった。既存の方法で推定したのより良い結果を得た。これは、統計数理研究所、九州電機製造株式会社、大阪大学との共同研究の一部分である。