統計数理　第37巻　第1号（1989）

昭和63年度研究報告会要旨

と　き：1989年3月22日　午前10時～午後5時
　　　　　　　　　23日　午前10時～午後4時

ところ：統計数理研究所　講堂

3月22日

あいさつ　　　　　　　　　　　　　　所長　赤池弘次

領域統計研究系

疎なデータの理論（3）——逆2項分布——

柳本武美

この数年間，疎なデータが現実的にしばしば観察されることを指摘し，その理論的な対応として条件付尤度の利用の有用性を研究している．別の対応としては周辺尤度の利用がある．

条件付推論の適用の拡大を阻む要因は，条件付推論が母集団の確率モデルに対して特殊な制約を荷する点にある．従って，柔軟で幅広いモデルを開発しておくことは現実的な解析において有用である．このような開発研究は理論研究者の関心をひき難い．

逆2項分布は非負整数値のみをとる分布で，その確率関数は

$$p(x;\ k,\ p)=\frac{\Gamma(2x+k)k}{\Gamma(x+1)\Gamma(x+k+1)}\,p^{x+k}q^{x}$$

で表わされる．この分布はランダム・ウォークの初期通過分布として知られ，待ち行列理論でも扱われた分布である．しかし，実際以上に複雑な分布と誤解されていて，全く実際的な利用はされていない．

上の導出でランダム・ウォークをウィナー過程に置き換えると，逆ガウス分布が得られる．この意味で，逆2項分布は離散型逆ガウス分布とみなせる．逆2項分布の累積母関数は2項分布のそれの逆関数になっている．この事実が逆2項分布と呼んだ根拠である．この事情は逆ガウス分布と正規(ガウス)分布との関係に対応する．ウィットモアはdefective逆ガウス分布を論じているが，これに対応して，$p<1/2$ のときは無限大 ∞ の値をとる分布に拡張できる．

条件付推論を論じるために

$$\mu=kq/(2p-1)$$
$$\theta=1/k$$

と母数の変換を行なう．母数 μ は平均を表わし，θ はちらばりを表わす．母数 θ が0のときポアソン分布になる．標本平均 $\bar{x}$ は μ と θ に依存するが，$\bar{x}$ を与えたときの条件付分布は θ のみに依存する．逆ガウス分布で条件付推論が有益であることはReciprocal解析との対応から容易に理解できる．

逆2項分布を仮定して，多くのデータを解析した．結核退院患者のデータでは典型的に有用性を確認できた．