(2) 横枝は，先端におけるノイズが増幅されて発生するものと思われる．
(3) この実験系($d=20\pm2\ \mu$m)では，スケール不変性は成り立たない．

以上の3点であるが，この実験系の精度では，これ以上の結果を望むことは難しい．横枝の発生におけるノイズの役割，横枝の周期の選択機構の解明に対して，また違ったアプローチが望まれる．

参考文献

Dougherty, A., Kaplan, P.D. and Gollub, J.P. (1987). Development of side branching in dendritic crystal growth, *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1652-1655.

Nittman, J. and Stanley, E. (1987). Role of fluctuations in viscous fingering and dendritic crystal growth: A noise-driven model with non-periodic side branching and no threshold for onset, *J. Phys. A*, **20**, L 981-986.

Pieters, R. and Langer, J.S. (1986). Noise-driven side branching in the boundary-layer model of dendritic solidification, *Phys. Rev. Lett.*, **56**, 1948-1951.

確率過程のマルチフラクタル性と統計力学

静岡大学教養部 佐藤信一
名古屋大学工学部 本田勝也

散逸のある非線形力学系にはフラクタル性をもつストレンジ・アトラクターが生じることはよく知られているが，力学系とフラクタルの関係は幾何学的なものにとどまらずダイナミクスにも及んでいる．マルチフラクタル (Halsey et al. (1986)) という視点から見ると，ダイナミクスのフラクタル性の記述はフラクタル集合の記述と双対性があり，どちらも熱力学形式を内包している．この研究報告では，Intermittency (Manneville and Pomeau (1980)) と呼ばれる現象を示す力学系に統計力学的手法を応用してそのマルチフラクタル性を調べた結果と，力学系の "ゆらぎ" と相転移の関係について述べたい．

ある力学系において観測される時系列をしきい値を用いて2値化すると（しきい値以上で "1"，以下で "-1" を割り当てる）特定の記号列が観測される確率が定まる．その確率は力学系によって一意的に定まり，Intermittencyに対応する確率過程のモデルは

(1a) $$p(1\,|-1)=a, \qquad p(1\,|\,1)=b$$

(1b) $$p(-1\,|-1,\ldots,-1,1)=cj^{-\nu}$$

である．ここで $p(s_1\,|\,t_1,\ldots,t_n)$ は $s_1(=\pm1)$ の後に，部分列 $\{t_1,\ldots,t_n\}$ が発生する条件付き確率である．規格化条件から $a+b=1$, $c=\{\zeta(\nu)\}^{-1}$ である（ζ は Riemann のゼータ関数）．直観的には，観測された記号列の中に$-1,\ldots,-1$ という部分列が繰り返し不規則に出現する現象と言える．このモデルは，その単純さにもかかわらずIntermittencyのユニバーサルな性質を全て再現できる．

確率過程に統計力学を持ち込むための最初のステップは，時間軸を1次元空間に読みかえ（この系は離散時間系であるので当然1次元格子と見なす）格子気体と対応付けることである (Takahashi (1984))．状態1は粒子占有状態に，状態 -1 は空状態に対応する．そのとき，距離 j だけ離れている最近接粒子間の相互作用エネルギーは

$$U(j)=\begin{cases}-\ln b & \text{for } j=1\\ -\ln a+\ln c+\nu\ln(j-1) & \text{for } j\geqq 2\end{cases}$$

である．ここで，逆温度 q (但し，$-\infty\leqq q\leqq\infty$)を導入して，サイズが n で m 個の粒子を含む系の分配関数を $Z_{n,m}(q)$ とする．ハミルトニアン H には部分列が観測される確率 $p(s_1,\dots,s_n)$ の情報量 $-\ln p(s_1,\dots,s_n)$ が対応する．すなわち，サイズ n の系の分配関数は

$$Z_n(q)=\sum_{\{s_i\}}\exp\{-qH(s_1,\dots,s_n)\} \tag{2}$$

ここで H は前述のハミルトニアンである．そして，次の母関数 Ξ を導入する．

$$\Xi(P,q,\mu)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}e^{-Pn}e^{\mu m}Z_{n,m}(q) \tag{3}$$

系のサイズ n に共役な変数 P は圧力に対応し，粒子数 m に共役な変数 μ はケミカル・ポテンシャルに対応する．

我々は Ξ を関数 $U(j)$ を用いて厳密に書き下し，熱力学的極限における自由エネルギー $f(q)$ と元の力学系の Rényi の一般化エントロピー (Rényi (1970)) 関係から一般化エントロピーに対する代数方程式を導いた．さらに，この系では(格子気体として考えたとき) $q=1$ で相転移が起こり，$q<1$ が秩序相，$q>1$ が無秩序相である(Sato and Honda (submitted))．逆温度 q は人為的に導入されたパラメータであるから，この相転移自体が直接観測されるわけではない．にもかかわらず，相転移が存在するということが観測量に大きな影響を及ぼしている．すなわち，物理的な観測量の平均は $q=1$ という点で行なわれ，それがちょうど臨界点に対応していることが本質である．言い換えれば，Intermittency における観測量の大きなゆらぎが一般化エントロピーの相転移の臨界性と等価だということである．これらを考えると，力学系の相転移の性質を調べることは Intermittency のダイナミクスの本質を明らかにすることにつながると言えよう．

参 考 文 献

Halsey, T.C., Jensen, M.H., Kadanoff, L.P., Procaccia, I. and Shraimann, B.I. (1986). Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets, *Phys. Rev. A*, **33**, 1141-1151.

Manneville, P. and Pomeau, Y. (1980). Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems, *Comm. Math. Phys.*, **74**, 189-197.

Rényi, A. (1970). *Probability Theory*, North-Holland, Amsterdam-New York.

Sato, S. and Honda, K. Statistical physics of intermittency: Phase transitions and fluctuations of scaling indices (submitted for publication).

Takahashi, Y. (1984). Phase transition which exibits $1/\omega$-spectrum: A rigorous result, Proc. US-Japan Workshop held at IPP Nagoya, Research Report IPP Nagoya, 96-104.

マルチフラクタル集合のスピン系表現

名古屋大学工学部 本 田 勝 也

自己相似性という条件下ではあるが，フーリエ解析では捉え切れない複雑な図形を定量的に特徴づけ解析する手段としてフラクタル次元は非常に有効であり，多くの分野で適用されてきた．フラクタル研究は，その後マルチフラクタル次元とセルフ・アファイン図形に発展してき