[5] Ishiguro, M. and Sakamoto, Y. (1983). A Bayesian approach to binary response curve estimation, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **35**, 115-137.
[6] Sakamoto, Y. and Ishiguro, M. (1985). Bayesian binary regression involving two explanatory variables, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **37**, 369-387.

玖珠川水系の流量予測の試み

荒 畑 恵美子

九州の福岡県，大分県，熊本県にまたがる玖珠川水系の流量予測を試みた．流量に関連するデータは，ダムおよび河川の水位，発電量等である．連接水系のすべての河川の水位を観測しているわけではないので，流量の推定に困難が生じる．

各時点で，各々のダム貯水池での流量の入出力関係をモデル化すると，パラメータ数がデータ数より多くなる．この不足するデータから流量を推定するために，スムースネス・プライヤを導入して，ベイズモデルを構成した．この推定法を実装化するため，モデルを状態空間表現し，カルマンフィルタを用いて計算するプログラムを作製した．このとき，観測データ不足を補うため，2次の階差を観測方程式に加えダミー・データとして，零を与え，推定の安定化を計った．

これは，統計数理研究所，九州電機製造株式会社，大阪大学との共同研究の一部分である．

山下法と Freund 法について

土 谷 隆

Karmarkar [1]が線形計画問題に対する射影変換を用いた多項式オーダーの内点法を提案して以来，線形計画問題の内点法に関して精力的な研究が進められている．いわゆる標準形の線形計画問題の双対問題〈D〉（n 変数 m 制約式）：

$$\min c^t x - c_0, \qquad \text{subject to} \quad A^t x \leqq b,$$
$$A \in R^{n\times m}, \quad x,\, c \in R^n, \quad b \in R^m$$

（$m>n$ で A の rank は n；制約領域は空でなく有界；解は非退化で目的関数の最小値 c_0 を 0 とする．）については，山下と Freund によって，独立に，射影の概念を用いた多項式性を持つ解法が提案されている（[2]，[3]）．これら2つの方法は，〈D〉を解くことを〈D〉に対する log potential 関数

$$f(x) = m \log(c^t x - c_0) - \log \Pi(A^t x - b)$$

（Πv でベクトル v の各要素の積を表す．）の最小化として捉え，最小化問題を解くために射影を用いて〈D〉を変換する（log potential 関数の値を不変に保つような射影変換）点において類似しているが，その変換，方向の導出法は全く異なる．しかし，山下法を（その本質は損なわずに）若干修正したものと Freund の方法とは同一の方向を与える．本発表ではその事情を明らかにし，2つの方法が，「〈D〉を同次化した線形計画問題〈DH〉：

$$\min c^t z - c_0 z_0, \qquad \text{subject to} \quad A^t z \leqq b z_0, \qquad z \in R^n, \quad z_0 \in R$$

に関する log potential 関数

$$f_H(z, z_0) = m \log(c^t z - c_0 z_0) - \log \Pi(A^t z - b z_0)$$

に対し，〈DH〉に関する log barrier 関数 $\log \Pi(A^t z - b z_0)$ の Hesse 行列を計量とする最急降下法を行っている．」あるいは，「〈DH〉に対して Adler-Karmarkar 法を適用している．」と考えることによって統一的に捉えられることを示した([4])．さらに，これらの方法と Karmarkar 法自身とのより直接的な対応を見いだし，山下法，Freund 法が Karmarkar 法自身と，ある意味で等価なものであることも明らか

にした．また，同次化した問題〈DH〉に対する Adler-Karmarkar 法の微分方程式版の平衡点について考察し，もとの問題〈D〉が非退化であれば，原点を除く〈DH〉の解（これを知ることは〈D〉の解を知ることと等価である．）の各点が安定平衡点になっていることも示した．

参 考 文 献

[1] Karmarkar N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming, *Combinatorica*, **4**, 373-395.

[2] Yamashita H. (1986). A polynomially and quadratically convergent method for linear programming, Tech. Report, Mathematical Systems Institute Inc.

[3] Freund, R. M. (1988). An analog of Karmarkar's algorithm for inequality constrained linear programs, with a "New" class of projective transformations for centering a polytope, *Operations Research Letters*, **7**, 9-13.

[4] 土谷 隆 (1988). 山下法と Freund 法について，統計数理研究所 共同研究リポート，**10**, 105-117.

LPの新解法の実装化

上 田 澄 江

線形計画問題の実装化について述べる．

主問題：　Max $c^t x$

subject to $Ax=b$ and $x \geqq 0$

双対問題：Min $b^t y$

subject to $A^t y - c \geqq 0$

（ここで $A \in R^{m\times n}, x, c \in R^n, y, b \in R^m, m<n$）

の解法においては次のような線形方程式を解くことが必要となる（Tanabe (1987)）．

$$\begin{pmatrix} D & A^t \\ -A & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}$$

例えば D, f, g は

$$D=[A^t y-c]/[x] \in R^{n\times n}, \qquad [\ \ ]:\text{対角行列}$$
$$f=A^t y - c \in R^n$$
$$g=b-Ax \in R^m$$

の形をしている．

通常のプログラミング手法によればこの係数行列に対して $(m+n)^2$ のメモリと，分解と求解に際して $((m+n)^3+2(m+n)-3)/3$ と $(m+n)^2$ 回の計算を要する．これは $A=[Y:0]Z^{-1}$ と QR, LU, SVD 分解などによって A を null space decomposition すれば（Tanabe (1981, 1988)），mn のメモリとたかだか $m^3+m^2(n-m)+m(n-m)^2+(n-m)^3$ 回の計算量となる．特に A がスパースであるときには，行列の積形式を用いて LU 分解を行うことによりスパース性がかなり保存され，リスト構造による零要素のアクセス回避に伴って演算量・精度の面で，大規模問題の場合には効果的である（大附 他(1976)）．ピボット選択は，新たな fill-in が起こりにくく，また精度の低下を招かないようにすることが重要となってくる．ここでは非零要素数が最小の列で，かつその中の絶対値最大の要素をピボットとして選択した．

行列 A が密の場合には，一般的なハウスホルダー変換やグラム・シュミット法による分解を用いるのが得策である．

例：Max$\left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)$

subject to $Ax=b$ and $x \geqq 0$