モンテカルロ法による客観ベイズ法

尾 形 良 彦

ベイズ模型の適合度を測るABIC等には事後分布のパラメタに関する積分（規格化定数）が計算される必要がある．また時には事前確率分布をペナルティ関数から自在に定義するための規格化定数を求める積分を実行しなければならない．これらの積分は高次元（高多重）なので，計算実行可能なベイズ模型は，ガウス型とかその近似が良いものなどのように，強く制限されている．このためにモンテカルロ積分の高速化の必要性がさけばれている（統計数理研究所5か年計画；情報資源と統計ソフトウェアの組織化)．しかし通常の（crude）モンテカルロ積分法では相当の乱数を使用しても十分な精度を得られないばかりかバイアスが無視できないことが大きな困難であった．

これらの規格化定数の積分の対数がFisher Score型統計量のScale母数に関する1次元積分で表されることを利用すると，不偏で十分の精度のものが安定して得られ，その様な困難が解消されることが分かった．

超パラメタを決めたとして，その後のもう1つの困難は事後分布から大量のパラメタを推定することである．これもガウス型ならば最小二乗法によって効率よく推定できるが，一般に非線形最適化で求めるのでは，安定した収束が期待できないことである．

そこで事後分布のモード（最大）を実現するパラメタを求めるのでなく，事後分布の平均であるところのベイズ推定量（ベクトル）を求めることにした．確率分布を定義するための規格化定数が分かっていない分布の標本を実現するシミュレーションには，マルコフ連鎖の遷移確率の性質を利用したMetropolisらのモンテカルロ法が適している．これによって，事後分布や事前分布のパラメタの平均はもとより，誤差，Fisher Score型統計量など，必要なあらゆる情報をシミュレーション出来ることになる．

以上の精度のチェックや非線形非ガウスのベイズ模型の選択と推定法の実用性を示す幾つかの例について計算してみた．

調査実験解析研究系

集団構造の統計 ——特異分布の解析システム——

田 口 時 夫

集中曲面（[2]，[3] 参照）の解析結果から，次のような記述統計量が得られる．

A. 線形構造について（exactな線形回帰をもつ2変量分布）

Δ_{10}, Δ_{11}, $\Delta_{12}(=\Delta_x)$, Δ_{20}, $\Delta_{21}(=\Delta_y)$, Δ_{22}, Δ_{xy}（[1]，[2]，[3] 参照）などを集中基本量とする．

従来の原点の周りのモメントを内積率と仮称すると，これらは外積率といえる演算形式をもっている．外積率に幾何学的表現を与えるものに，豊田 敬（昭和63年1月 統計数理研究所 講演会報告）のフラクタイル・グラフがある．但し，これは1変量に関するものであるが，容易に拡張する事ができる．

Δ_{ij}間の和や商等を用いると，内積率間の諸演算で構成される統計量の系に対応して，自立した一連の統計量の系が得られる．正規分布やMardia第1種パレート分布が良い例証を与える．

B. 非線形構造について（定弾力性値をもつ回帰曲線を与える分布）

観測値ベクトル(x, y)の代わりに，これを標準化して$(x/\mu_x, y/\mu_y)$を用いてその外積率を求め，その1/2をとることにより標準化外積率G_{ij}の系を得ることが出来る．G_{ij}に幾何学的表現を与えるものに筆者の集中曲面がある（[2]，[3] 参照)．

(x, y)の代わりに$(\log x, \log y)$を用いた内積率は，その間の演算によって非線形記述統計量の系を構