統計数理　第36巻　第1号（1988）

昭和62年度研究報告会要旨

と　き：1988年3月23日，24日，午前10時～午後5時
ところ：統計数理研究所　講堂

3月23日

あいさつ　　　　　　　　所長　赤池弘次

統計基礎研究系

漸近展開の誤差評価

清水良一

X が十分に滑らかな分布関数 G をもつ分布に従うとし，σ はこれと独立な正の値をとる確率変数とする．σ が何らかの意味で定数1に近いことを仮定して F を G の周りで展開することを考える．これまでに，展開式の導出とそれを有限の項で打ち切ったときの誤差の評価を行ってきた．

展開式は G の導関数と σ のモーメントで表わされ，また誤差の上限は σ および σ^{-1} の高次のモーメントを使って表現出来る．これを証明するのに特性関数とその反転公式を使う方法と，G を直接展開する方法とがある．前者の場合，展開式に現われるのは G の直交多項式であり，それに σ^2-1 あるいは $\sigma-1$ の高次モーメントが係数としてつく形になる（少なくとも G が正規あるいはガンマの時にはそのような展開が自然な形であるように思われる）．後者では，$\sigma^{-2}-1$ あるいは $\sigma^{-1}-1$ の高次モーメントを係数とする，やや複雑な展開式が自然なものとして得られる．

ところで，原理的には任意の $p(\neq 0)$ に対して，σ^p-1 のモーメントを係数とする展開が可能である．分布関数 F を近似することが目的なら，どの展開が一番有利であるかが当然問題になる．これまでの計算では G の周りで直接展開する方法がより小さい誤差限界を与えており，しかも，例えば t-分布を正規分布の周りで展開する場合には，自由度の小さいところでも誤差評価が出来るなどの利点があるとはいうものの，一般的にはどの方法がよいのか自明ではない．

参考文献

[1] Shimizu, R. Expansion of scale mixtures of the gamma distribution, *J. Statist. Plann. Inference* に掲載の予定.
[2] 藤越康祝，清水良一（1988）．ある種の確率分布の漸近展開とその誤差限界，「数学」，40巻，3号，28-44．

ノンパラメトリック区間推定

小西貞則

母集団の確率的変動を捉えるモデルとして，特定の分布型を仮定することなく，母数に対する信頼区間を構成する方法について考察した．

最も基本的な方法は，母数の一つの推定量の漸近正規性を利用して，信頼区間を求める方法である．しかし，推定量は有限な標本数に対してバイアスと分布の歪を持つ場合が多く，極限分布に基づくこの方

法では精度よく分布のパーセント点を求めることは難しい．そこで，推定量のバイアスと分布の歪を補正して，精度よく信頼区間を構成することが必要となってくる．この問題に対して，次のような方法が提示され，改良が試みられている．

1. Cornish-Fisher 展開に基づく方法（例えば，Hall (1983, *Ann. Statist.*)）
2. 推定量の変換によって分布の歪を補正し，同時にバイアス修正を行う方法（Konishi (1987, in Advances in Multivariate Statistical Analysis, (ed. A. K. Gupta))）
3. バイアス修正，歪の補正を行ったブートストラップ信頼区間（Efron (1987, *J. Amer. Statist. Assoc.*)）

2と3の方法は，共にその理論的基礎を推定量の変換（正規化・分散安定化変換）に置いているが，両者には大きな違いがある．すなわち，2の方法が観測値の持つ情報に基づいて変換の関数型を具体的に求めているのに対して，3の方法では関数型を知る必要はなく，その存在のみを仮定している．観測値からの反復抽出によってブートストラップ分布を推定する過程で，関数型についての情報を得ていると考えられる．しかし，3の方法では，例えば分散共分散行列の関数として表されるような母数に対して，信頼区間を構成することは難しく，さらに改良が必要である．

ここでは，2の推定量の変換に基づく方法と，3のブートストラップ信頼区間との関係を理論的に明かにし，攪乱母数を含むモデル，ノンパラメトリックの場合において，ブートストラップ信頼区間に含まれる歪の補正方法について検討した．

対称性の検定について

安 芸 重 雄

検定統計量のうち，その漸近分布が Wiener 過程の簡単な関数で与えられるものとしては，対称性の検定統計量がよく知られている（Butler (1969), Rothman and Woodroofe (1972) 等）．これらの統計量の漸近分布を導出することに対して基本的となる極限定理を一般化して，次のように述べることができる．G_1 を $[0, 1]$ 上の分布関数とする．$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ は独立に G_1 に従う確率変数列，$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ は独立同分布確率変数列で，任意の Y_i とも独立であるとする．さらに，$E\xi_1=0$, $E\xi_1^2=1$ を仮定する．$D[0, 1]$ 上の確率要素 $u_n(t)$ を $u_n(t)=\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}\xi_i I_{[0,t]}(Y_i)$ と定義する．

定理 1. 上の仮定のもとで，$u_n(t)$ は $D[0, 1]$ において $W(G_1(t))$ へ弱収束する．

さて，次のような仮説検定問題を考える．F を $[0, 1]$ 上の分布関数とする．$X_1, X_2, \dots, X_n$ は独立に F に従う確率変数列とし，$0<\alpha<1$ を与えられた定数とする．定理1を用いることによって，$X_1, X_2, \dots, X_n$ に基づいて F に関する次の仮説を検定することができる．

仮説：$[0, 1]$ 上の或る分布関数 G が存在して，

$$F(t)=\begin{cases} \alpha G(2t) & 0\leqq t\leqq \dfrac{1}{2}, \\ \alpha+(1-\alpha)(1-G(2-2t)) & \dfrac{1}{2}<t\leqq 1, \end{cases}$$

と書ける．

この仮説は $t=1/2$ を境にして右と左で分布の形が（定数倍を除いて）等しいということを意味しており，対称性の仮説の自然な拡張になっている．

この報告は，文献 Aki (1987) に基づいている．

参 考 文 献

[1] Aki, S. (1987). On nonparametric tests for symmetry, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **39**, 457-472.