

への適用を通じて実証されている ([2]).

ところで、方程式を解く際には、得られた近似解 \hat{x} の精度を知りたいことも多い。解を x^* としたとき、近似解に含まれる誤差 $\Delta x (= \hat{x} - x^*)$ は、Newton法が2次収束するような x^* の近傍では、残差に含まれる丸め誤差 $\Delta f (= (f \text{ の計算値}) - (f \text{ の正確な値}))$ の影響によるものがほとんどである。そのような近傍では f の線形近似が有効であり、 $\Delta f \approx -J(x)\Delta x$ (J は f の Jacobi 行列) が成立すると考えてよい。そこで、 $\Delta x_i \approx -\sum_j [J^{-1}]_{ij} \Delta f_j$ ($i=1, \dots, n$) も成立することに注意すると、各 Δx_i の大きさは $|\Delta x_i| \leq \sum_j |[J^{-1}]_{ij}| \overline{|\Delta f_j|}$ と評価できる。ところが、各 $\overline{|\Delta f_j|}$ が $|\Delta f_j|$ の高々十倍程度の過大評価で済むような“良い評価”であるにもかかわらず、上記の近似解の誤差評価が数百倍の過大評価を与えることがある。これは、各関数の丸め誤差 Δf_i の間に関係があることを無視したためである。 Δf の各要素に関係があることまで考慮した評価は、高速微分法の“ベクトル関数と定数ベクトルの内積の勾配を計算する算法”を利用して実現できる ([3])。この方法に要する手間はNewton法の反復回数分程度で、他にも“Jacobi行列のUL分解(LU分解ではない)を利用する”などの特徴も持っている。実際に適用してみると、近似解の誤差に関しても残差の場合と同様、十倍程度の過大評価で済む評価が得られることが分かった。

参 考 文 献

- [1] Iri, M. (1984). Simultaneous Computation of Functions, Partial Derivatives and Estimates of Rounding Errors — Complexity and Practicality, *Japan Journal of Applied Mathematics*, Vol. 1, No. 2, 223-252.
- [2] 伊理正夫, 土谷 隆, 星 守(1985). 偏導関数計算と丸め誤差推定の自動化の大規模非線形方程式系への応用, *情報処理*, Vol. 26, No. 11, 1411-1420.
- [3] 土谷 隆, 笹山晋一(1987). 非線形方程式系の解法に対する高速微分法の応用, *グラフ理論の数値計算への応用*, 統計数理研究所 共同研究レポート, 4, 96-116.

一次元ランダムパッキングと角谷の線分分割モデル

伊 藤 栄 明

一次元ランダムパッキングは路上駐車の問題として知られている。長さ x の区間 $[0, x]$ に長さ 1 の区間をランダムにつめて行く。最初の区間 I_1 の左端は $[0, x-1]$ 上の一様分布により定められる。 I_1, I_2, \dots, I_k の区間がすでにつめられていたとすれば I_{k+1} はすでにつめられた区間にかさならない位置から等確率でえらばれるものとし、長さ 1 以上のすきまがなくなるまでこれを続けるものとする。長さ 1 ($\geq d$) 以上のすきまがあるときに限り d の長さの区間をつめることができるというようにモデルを拡張する。このようなモデルを考えると Rényi (1958) によって議論された場合、 $d=1$ 、を特別な場合として含むことになる。

$d=0$ の場合は次の Kakutani (1975) の線分分割モデルと関連している。長さ x の線分が k 個に分割されたとする。 k 個のうちの長さ最大な線分を一様分布によりランダムに分割し $k+1$ 個の線分を得る。このような分割を $k=1$ から始めて、長さ 1 以上の線分がなくなるまで続けるものとする。このモデルより得られる線分の個数の期待値は上記ランダムパッキングにおける $d=0$ の場合に得られる区間の数の期待値に等しい。 $d=0$ の場合のランダムパッキングは 2 進探索木の連続モデルと考えられ、これについての自然な解析ができる。また $d=0$ の場合は一次元脆性破壊の確率モデルと考えることもできる。上記の拡張されたランダムパッキングにより生成されるすきまの最小値 $L(x)$ が h 以上である確率 $\Pr(L(x) \geq h)$ を $f(h, x)$ とおくと $1-d \leq x$ において

$$f(h, x+d) = \frac{1}{x} \int_0^x f(h, x-y) f(h, y) dy,$$

$0 \leq x < 1$ において

$$f(h, x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < h \\ 1, & h \leq x < 1 \end{cases}$$

となる。すきまの最大値 $M(x)$ が h 以下である確率 $\Pr(M(x) \leq h)$ を $f(h, x)$ とおくと、 $1-d \leq x$ において

$$f(h, x+d) = \frac{1}{x} \int_0^x f(h, x-y)f(h, y)dy,$$

$0 \leq x < 1$ において

$$f(h, x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq h \\ 0, & h < x < 1 \end{cases}$$

となる。これらの方程式の解の漸近的挙動については Laplace 変換よりみちびかれる Riccati 型方程式の解の性質をくらべる方法, terminating renewal theorem をもちいる方法が考えられる。

参 考 文 献

- [1] Itoh, Y. (1980). *J. Appl. Prob.*, **17**, 134-144.
- [2] 伊藤栄明 (1985). 統計数理, **33**, 97-99.
- [3] Kakutani, S. (1975). *Lecture Notes in Math.*, **541**, Springer, Berlin, 369-376.
- [4] 松下 貢, 隅田圭三 (1987). 数理地震学 (II), 1-12.
- [5] Rényi, A. (1958). *Publ. Math. Inst. Hungar. Acad. Sci.*, **3**, 109-127.
- [6] Sibuya, M. and Itoh, Y. (1987). *Ann. Inst. Statist. Math.*, **39**, 69-84.

領域統計研究系

意識の国際比較方法論の研究

鈴木 達 三

昭和 61 年度より 5 年計画で実施されることになった特別推進研究「意識の国際比較方法論の研究」(研究代表者: 林 知己夫 統計数理研究所・名誉教授)は

- 1) 比較研究のための連鎖的調査方法の確立
- 2) 連鎖的調査方法の国際比較調査への具体的適用と妥当性の検証
- 3) 連鎖的調査方法の具体的適用とデータ解析のための「多重並列型データの統計的解析システム」の構築

を柱としている。

昭和 61 年度は連鎖的国際比較調査方法の 3 つの側面, 対象社会の選択における連鎖, 質問項目群構成の連鎖, 継続的・時系列的連鎖についての基礎資料の収集, 整理を進め調査実施計画を作成した。主なものを以下に示す。

アメリカ	一般社会調査 (シカゴ大学 NORC) 1972-1984 等
フランス	生活の質調査 (CREDOC) 1978-1986 等
イギリス	一般社会調査 (SCPR) 1980-1984 等
ドイツ	一般社会調査 (ZUMA, ZA) 1980-1986 等

この他, 国際比較調査として, ヨーロッパ 9 カ国調査 (1980-1981), EC 共同体調査 (1973-1986), 8 カ国政治意識調査 (1973-1976) 等。