$$V[N(A)] \fallingdotseq E[N(A)]\{1+E[N(A)]/(\lambda_1|K|)\}$$

である．即ち k は単位面積当りパッチ数とパッチ面積の積になっている．

更にしばしばパッチは階層構造をなしている．z_{j-1} に中心をもつ高位から見て第 $j-1$ 階層のパッチ内の第 j 階層のパッチの分布を $N_j(z_{j-1}: dz_j)$（特性測度 $\lambda_j(z_j-z_{j-1})dz_j$ のポアソン確率場）$j=1,\cdots, m$ とすると

$$E[N(A)]=\int_A \lambda_1 * \cdots * \lambda_m(z_m)dz_m$$

$$\mathrm{Cov}\{N(A), N(B)\}=E[N(A\cap B)]+\sum_{j=1}^{m-1}\int \lambda_1 * \cdots * \lambda_j(z_j)dz_j\left\{\int_A \lambda_{j+1} * \cdots * \lambda_m(z_m^1-z_j)dz_m^1\right\} \cdot\left\{\int_B \lambda_{j+1} * \cdots * \lambda_m(z_m^2-z_j)dz_m^2\right\}$$

である．和の各項は各階層のパッチからの寄与を表わしている．

この式は系統抽出により個体の分布を見るとき，I にはどの階層あるいはどれ位の規模のパッチが効いてくるかの評価を与えてくれる．また，たとえばライントランセクト法による個体数推定に際し，発見の日変化から調査の分散を求めようとするとき，大きなパッチ構造をしているときは日間の相関も考慮すべきことを教えている．

また最近接距離の分布と同等な $P(N(A)=0)=\phi_m^0(0;A)$ は

$$\phi_1^i(z;A)=\exp\left[-\int_A \lambda_{i+1}(w-z)dw\right],$$

$$\phi_{k+1}^i(z;A)=\exp\left[-\int \lambda_{i+1}(w-z)dw\{1-\phi_k^{i+1}(w;A)\}\right]$$

と漸化的に求まる．

第 k 近接距離の点配置解析への応用

種 村 正 美

平面上の領域 V に散布する N 個体の位置座標が与えられているとする．標本点-個体間最近接距離を X，個体-個体間最近接距離を Y で表し，それらの分布関数をそれぞれ $p(t)$ および $q(t)$ で表すことにする．位置座標の与えられた点配置データにおいて，X が Y よりも一般に有用であることが示されるが，その理由は $p(t)$ および X の密度関数 $f(t)$ の経験分布が精密に計算できるためである．この経験分布はランダム標本点を実質的に無限個にしたことに対応する．

この考え方は最近接距離に限らず，第 $k(\geqq 2)$ 近接距離へも適用できる．そして，それの精密な分布が求まれば，最近接距離のみを利用する場合に較べて，配置パターンに対するもっと詳細な情報が取り出せることになる．

標本点-個体間の第 k 近接距離を X_k で表し，その分布関数を $p_k(t)$ で表すこととする．また X_k の密度関数を $f_k(t)$ とする．$p_k(t)$ は以下のように表すことができる：

$p_k(t)=\Pr\{X_k<t\}=\Pr$ {ランダム点が第 $k-1$ 近接までの個体を除くいずれかの個体と距離 t 内に存在する}

$=\Pr$ {各個体を中心とし，半径が t の円で k 重に覆われる部分にランダム点が含まれる}

$=|V|^{-1}$（半径が t で各個体を中心とする円板系による k 重被覆領域の面積）

そして，$f_k(t)$ は次のように表せる：

$f_k(t)=dp_k(t)/dt$

$=|V|^{-1}$（半径が t で各個体を中心とする円板系による k 重被覆領域の周囲長）

所与のデータに対して，これらの関数の計算には複雑な図形の処理を伴うため一見面倒であるが，一般化 Voronoi 図形を用いることによって容易に計算可能である（種村，1986：共同研究会「幾何学的構造・空間パターンと統計」）．

本研究の一部は昭和 61 年度統計数理研究所共同研究（61-共会-35）によるものである．

連結ベクトルの分布

馬 場 康 維

1. は じ め に

最近のコンピュータ・グラフィクスの発達にともなって，図式的なデータ解析の方法が注目されてきている．図式的な手法は，情報が多いこと，直感的なデータの把握に適していること等から有用なものと認められている一方，アド・ホックなもの，数学的根拠の乏しい客観性の低いものという評価も受けているようである．しかしながら，現在では，図式的解析法に推測統計的な考えを導入しようという試みもなされている．たとえば，順位構造の記述のみならずクレーマーの検定と同様の検定が図式的に行える順位グラフ [1] 等が提案されている．

多次元データの図式的表現法（解析法）のなかに，連結ベクトル図，星座グラフ，順位グラフ等，データ構造の表現のために平面上のベクトルを連結することを基盤とするものがある．この研究の目的は，このようなグラフの数理的背景を明らかにし，総合的な見方を与えることである．

2. 連結ベクトル

上述の一連の図式的表現に共通の特徴は平面上のベクトルに変数を対応させこのベクトルを連結することにより，各変数の得点パターンを表わすところにある．平面上のベクトルはその長さと方向によって規定される．長さと方向に何を対応させるかによって種々の異なったグラフ表現が生まれることになる．たとえば，順位グラフでは，ベクトルの方向が順位に対応し，長さが，与えられた順位の比率に対応している．

3. 合成ベクトルの性質

各変数に対応するベクトルを連結して得られる合成ベクトルは，2 次元の総合的な（統計）量を表現しうる．合成ベクトルにどんな意味を持たせるかによってグラフの意味合いが変わるが，いずれにも共通の性質を述べる．

(1) 合成ベクトルの方向を ϕ，長さを r とすると，(ϕ, r) は，平均と集中度に関する座標系を構成する．

(2) 合成ベクトルの終点の座標を (c, s) とすると (c, s) の分布を求めることにより，合成ベクトルを用いた各種推測が可能になる．

参 考 文 献

[1] Y. Baba (1986). Graphical analysis of rank data, *Behaviormetrika,* No. **19**, 1-15.
[2] 馬場康維（1986）．連結ベクトルによる分布の表現とその応用，第 54 回日本統計学会予稿集，27-28.