



統計教育・情報センター

複合仮説の適合度検定

鈴木 義一郎

観測データが、所与の分布からのものであるか否かを問う適合度検定問題に対しては、カイ2乗検定とかコルモゴロフの D 検定など、古くから多くの研究者によって議論されてきている。

Fillben (1975, *Technometrics*) は、正規性の検定用に PPCC (Prob. Plot. Correlation Coefficient) 検定を提案した。それは、観測値の順序統計量 X と標準正規分布からの順序統計量のメディアン M とを対にして、相関係数 R を用いる方法である。この統計量は平均や標準偏差の変換に関して不変であるから、複合仮説の検定に利用できる利点を持っている。Fillben はシミュレーションによって、正規分布の下での R のパーセント点を与えている。

一般に

$$h(0; \theta) = 0, \quad h(1; \theta) = 1, \quad h(y; 0) = y$$

という条件を満足する $[0, 1]$ 上の y の単調増加な連続関数のファミリー

$$H = \{h(\cdot; \theta) : \theta \in \Theta\} \quad (h \text{ の関数形は既知})$$

を考える。帰無仮説 F (ニュイサンスパラメータを含んでも構わない) に対して対立仮説 G が $\{h(F(\cdot); \theta) : \theta \in \Theta\}$ の中に入るよう設定されているならば、適合度検定問題は

$$\begin{cases} \text{帰無仮説: } \theta = 0 \\ \text{対立仮説: } \theta = \theta_0 \neq 0 \end{cases}$$

のようなパラメトリック表現になる。

特に F として正規分布の分布関数をとれば、これは正規性の検定問題となる。また F を平均に関して対称な分布関数、 h として

$$h(y; \theta) = \begin{cases} y^{1+\theta} & (\theta \geq 0) \\ y^{1/(1-\theta)} & (\theta < 0) \end{cases}$$

のようなものを考えると、これは歪型分布に対する対称性の検定問題となる。

さらに観測データ X を、 $G = h(F(\cdot); \theta)$ からのサンプルと考えると (X の順序統計量と G からの順序統計量のメディアンの相関を最大にするように)、 θ を推定することもできる。推定値がある程度 0 に近い場合には X は F に従うものとみなし、その後の推論を進めることができる。