これらの資料の整理，質問文の翻訳，内容検討を行ない，連鎖的国際比較調査の質問項目の選定を進めた．また調査実施について調査方法及びサンプリングの方法等の検討を進め，調査対象であるイギリス，フランス，西ドイツについての調査実施計画の細目を作成した．さらに各対象社会の研究協力者と連絡をとり調査実施の日程等を検討している．

多重並列型データの統計的解析システムの開発については

1. ハードウェア：機種を決定し購入した．
2. ソフトウェア：開発計画として (1) 基本設計を61年度中に完了，62年度に (2) 機能設計 (i) ファイル転送，文書作成，グラフ表示 (ii) 評価，分析及びデータ検索表示，データ編集，統計解析を行ない，順次システムの開発を行なう手順を決め，現在基本設計を進めている．

用量-反応モデルに対する同腹効果

柳 本 武 美

催奇形性試験では同一母体の胎仔（これをLitterと呼ぶ）が相互に遺伝的，環境要因を共有することから，他の母体の胎仔と比べ同腹効果(Litter-effect)が認められる．同腹効果をモデルに取り込んだ研究が精力的に行われている(例えばKrewski, 柳本等)．なおこの研究は山本英二氏(岡山理科大)との共同研究である．

Beta-Binomial Logistic Model

ある物質が濃度 d 含まれた飼料を与えた母獣 i の大きさ n_i の胎仔に奇形が認められた数を x_i としたとき，次のモデルを仮定する．

$$\begin{aligned} x_i &\sim B_i(n_i, p_i) \\ p_i &\sim B(\alpha, \beta) \end{aligned}$$

ここで $B(\alpha, \beta)$ はベータ分布である．$\alpha=\mu/\theta$, $\beta=(1-\mu)/\theta$ とおいて

$$\mu(\alpha)=e^{a+b\log d}/(1+e^{a+b\log d})$$

このモデルを Beta-Binomial Logistic Model と呼ぶ．

上のモデルで α と β は濃度 d の関数だから θ も d に依存するかもしれない．母数 θ は2項分布からのずれを表わす母数とみなされる．今，$\theta(d)=\theta_0$ とおいた仮定が母数 b に対する推論に影響を及ぼさなければ大変都合が良い．ところがKupper, 山本等のシミュレーション研究によれば，θ の一定性の仮定は母数 b の推論に偏りが生じることが報告されている．

制約モデルのMLE

理論的にみれば実際よりも制約したモデルをあてはめたときの影響を調べる問題になる．我々の場合 θ が d に依存する場合に θ が一定とすると，母数 b の推定量はConsistentでないことが示される．また現実の実験の規模程度でも母数 b の推定量の偏りは小さくないことが数値的に確かめられる．

シミュレーション

理論的な結果が実際のモデルの適用において本質的であることをシミュレーションによって確かめた．特に帰無仮説 H_0: θ が一定，に対して検定を行い，棄却されなかった標本のみで母数 b の推定をしても偏りができることが分った．

参 考 文 献

[1] 山本, 柳本. Litter effect to dose-response curve estimation (Draft).
[2] Krewski, 柳本等. Statistical methods for teratological study, *Reproductive Toxicology* (ed. H.G. Grice) (Draft).
[3] Kupper, 山本等 (1986). The impact of litter effects on dose-response modeling in teratology, *Biometrics,* **42**, 85-98.

乱流モデルの構成について

岡 﨑 卓

1. 乱流と乱流モデル

流体の不規則運動である乱流は，河川の激流や冷暖房機周囲の空気流など我々が日常目にする流体運動であって，その物理的理解に興味がもたれるだけでなく，規則的流れである層流に比べて熱輸送，物質拡散の度が格段に大きく，工学的にも重要な現象である．

乱流の性質を知り，流体の抵抗等を計算するには速度場の方程式を解けば充分であるが，まさにその方程式が容易には導けぬところに乱流理論の直面する最大の困難があり，またその代用品としてのモデル方程式——乱流モデル——が長年にわたって各種提案され続けている事情が存する．平均速度 $\boldsymbol{U}$ の方程式に含まれる乱流応力項 $\boldsymbol{R}=\langle\boldsymbol{uu}\rangle$（速度変動成分 $\boldsymbol{u}$ の積率）は流体運動方程式の非線形性のため $\boldsymbol{U}$ の関数として直接に表現できず，乱流モデル $\boldsymbol{R}=F(\boldsymbol{u})$ が代りに登場するわけである．従来乱流モデルは次元解析や類推によって構成され適用範囲も限定されてきたが，その根拠を与え，かつより普遍性あるモデルの構成を可能にする理論が望ましい．以下では二重スケール法と射影子法とにより，通常使われている $\boldsymbol{R}$ の乱流粘性モデルとその修正表現を導く方法について概略を記す．

2. 二重スケール法と射影子法とによる乱流モデルの構成

乱流場は小さなスケールの複雑な運動と大きなスケールの比較的緩やかな運動とから成ることに注目し，Yoshizawa ([1]) に倣って速緩の変化を記述する二組の時空間座標変数を用意し運動方程式を書き下せば

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}=\boldsymbol{N}^0(\boldsymbol{u})+\delta\cdot\boldsymbol{N}^1\left(\boldsymbol{u}\,;\,\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}\right)+\cdots$$

となる．ここに δ は速緩変数の比，N^0 は小規模の運動を記述する部分で，大域的変化 $\dfrac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}$ に関する部分は $\boldsymbol{N}^1$ 以後に現われる．さてこのような発展方程式が与えられたとき，同時刻相関テンソル $\boldsymbol{h}\equiv\langle\boldsymbol{uu}\rangle$ を支配し，$\boldsymbol{h}$ のみで閉じた方程式を導くには統計力学の射影子法を応用すればよい．$\boldsymbol{h}$ をパラメータとする正規分布を仮の確率密度とし，$\boldsymbol{u}$ の汎関数を $\boldsymbol{u}$ の 2 次汎関数に写す射影子を準備すれば，近似を施すことなく $\boldsymbol{h}$ を定める方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{h}=V(\boldsymbol{h})+\int_0^t \boldsymbol{K}(t,\,s)ds$$

を得る．展開 $\boldsymbol{h}=\boldsymbol{h}^{(0)}+\delta\boldsymbol{h}^{(1)}+\cdots$ により逐次に解を求めると乱流応力 $\boldsymbol{R}$ は

$$\boldsymbol{R}=C_0\boldsymbol{\delta}+C_1\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}+C_{21}\frac{\partial^2 \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}\partial \boldsymbol{X}}+C_{22}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}}+C_{31}\frac{\partial^3 \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{X}\partial \boldsymbol{X}\partial \boldsymbol{X}}+\cdots$$

の形に表わされる．C_0, C_1 項は通常の乱流粘性モデルであり，C_2 以上の項はその修正を意味している．