とおく．これらは観測データにもとづいて例えばJackknife法，Bootstrap法などの方法を用いて推定されるものとする．

このとき $D_n(F)$ のEdgeworth展開より

$$(1.1)\qquad D_n(F)=\Pr\left[\sqrt{n}\{T_n-\theta(F)\}<x\right]$$
$$=\Phi\left(\frac{x}{v_n}\right)-\frac{1}{\sqrt{n}}\left[\frac{b_n}{v_n}+\frac{1}{6}\frac{\varkappa_n}{v_n^3}\left\{\left(\frac{x}{v_n}\right)^2-1\right\}\right]\phi\left(\frac{x}{v_n}\right)+O(n^{-1})$$

がえられる．もちろん右辺の式は未知のパラメータに依存しないことから $\theta(F)$ の区間推定は可能であるが，近似精度の点で難がありその改良を試みる．

2. 推定量の変換

これは相関係数に対するFisherの Z 変換に発し，統計量の変換をパラメトリックな立場から考察したKonishi (1981, 1984), Niki and Konishi (1985) の方法をノンパラメトリックな場合に適用しようとするもので，(1.1)における $1/\sqrt{n}$ の項を変換によって消去し極限分布への収束速度の改善を試みるものである．

この変換は一般に次のようになる．

$$(2.1)\qquad \Pr\left[\left\{(1+T_n-\theta)^h-1-\frac{h}{n}\left(b_n-\frac{\varkappa_n}{6v_n^2}\right)\right\}<x\right]=\Phi(\sqrt{n}x/hv_n)+O(n^{-1}).$$

ここに $h=1-\varkappa_n/(3v_n^4)$ とする．推定の偏りが比較的大きくなると予想される固有値等の推定量に対しては，

$$(2.2)\qquad \Pr\left[\left\{e^{(h-1)(T_n-\theta)}-1+\frac{1-h}{n}\left(b_n-\frac{(1-h)v_n^2}{2}\right)\right\}<x\right]=\Phi\ (\sqrt{n}x/(h-1)v_n)+O(n^{-1}).$$

が有効と思われる．

これによって，母集団分布を特定することなく観測されたデータにもとづいて $\theta(F)$ の区間推定が可能となる．

可微分統計量の漸近分布について

安　芸　重　雄

F_n を経験分布関数とし，$T[F_n]$ を可微分統計量とする．このとき或る正整数 m と m 変数関数 g が存在して $n^{m/2}(T[F_n]-T[F])$ の極限分布と

$$V_n=\overbrace{\int_0^1\cdots\int_0^1}^{m} g(s_1,\cdots,s_m)\prod_{i=1}^{m}d\beta_n(s_i)$$

の極限分布が等しいことが知られている．ここで $\beta_n(t)=\sqrt{n}\,(\Gamma_n(t)-t)$, Γ_n は $(0,1)$ 上の一様分布の大きさ n のrandom sampleから得られる経験分布関数である（Filippova [3] 参照）．

$\beta_n(t)$ のマルチンゲール項は

$$W_n(t)=\sqrt{n}\ (\Gamma_n(t)-\int_0^t\frac{1-\Gamma_n(u)}{1-u}du)$$

と書けて以下のような結果が成り立つ．

定理 1. 任意の $g\in C([0,1]^m)$ に対して $h\in C([0,1]^m)$ が存在して，

$$V_n=\int_0^1\cdots\int_0^1 h(s_1,\cdots,s_m)\prod_{i=1}^m dW_n(s_i)$$

と書ける．実際，

$$h(s_1,\cdots,s_m)=g(s_1,\cdots,s_m)+\sum_{r=1}^m(-1)^r\sum_{1\leq i_1<\cdots<i_r\leq m}\frac{1}{(1-s_{i_1})\cdots(1-s_{i_r})}$$
$$\int_{s_{i_1}}^1\cdots\int_{s_{i_r}}^1 g(\tau_1,\cdots,\tau_m)\,du_{i_1}\cdots du_{i_r}$$

によって与えられる．ここで $C([0,1]^m)$ は $[0,1]^m$ 上で定義された実数値連続関数の全体，

$$\tau_i=\begin{cases}u_i \text{ if } i=i_k \text{ for some } k\\ s_i \text{ otherwise.}\end{cases}$$

証明は [1] を参照．

定理 2. W_n は $D[0,1]$ において標準 Wiener 過程へ弱収束する．

定理2の結果については Khmaladze [4] が $L_2[0,1]$ において証明しているが，文献 [2] では counting process の理論と局所マルチンゲールに関する中心極限定理を用いて証明した．

以上の結果と Filippova [3] の Theorem 4 の証明より，g が連続な場合は，V_n の極限分布が標準 Wiener 過程による多重 Wiener 積分として表わされることがわかる．ただしここでの多重 Wiener 積分は通常の Wiener-Ito 積分と，対角線上の値が除去されていないという点で異なる（Varberg [6], Shepp [5]参照）．

この結果を応用して Cramér-von Mises 統計量の特性関数を簡単な計算から求めることができる（[1] 参照）．

参考文献

[1] 安芸 (1985). 「ロバスト推測論」研究会予稿.
[2] Aki (1986). Ann. Inst. Statist. Math., **38**.
[3] Filippova (1962). Theory Prob. Appl. **7**.
[4] Khmaladze (1981). Theory Prob. Appl. **26**.
[5] Shepp (1966). Ann. Math. Statist. **37**.
[6] Varberg (1966). Ann. Math. Statist. **37**.

分布の一様近似の基準と応用

松 縄 規

二つの確率分布列の間の half varistion の意味での一様近似について，いくつかの修正情報量基準とその応用結果について報告する．

それらの基準により分布列間の一様近似に関し，原理的に，次の諸点を考慮した扱いが可能となる：（i）適切な近似主領域の設定によりそこでの近似問題を考えればよい．（ii）一様近似の誤差を，上下からの二重不等式により定量的に評可可能．（iii）漸近的結果が容易に従う．（ii）に関し，upper bounds はかなり多くの場合に良い結果を与える．特に小標本の時有用である．lower bounds は従来の理論では殆ど考慮されなかったが，本報告の接近方法では下からの近似誤差もかなり見通し良く評価可能．なお，実際の応用に際し通常の K-L 情報量に基づく近似誤差の upper bounds との併用も，計算可