[ii]　ランダムボンド XY スピンモデル

(1)式においてスピン S_i が XY 平面上の単位ベクトルである場合は **XY モデル**と呼ばれる．ここでは構造は正方格子，相互作用は最近接格子点間のみ，J_{ij} が $-J$ または $+J$ ($J>0$) のいずれかの値を各ボンドごとにランダムにとるものとする．Ising モデルはスピングラスのモデルとしてかなり調べられてきたが，スピンが連続値をとる XY モデルではあまり調べられていない．

本研究は統数研・昭和60年度共同研究24にもとづくものです．(共同研究者：阪大・川村　光氏)

順位のグラフ解析法

馬　場　康　維

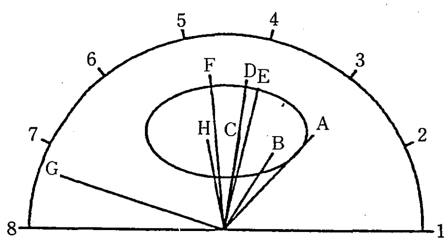
順位データを解析するためのグラフ的な方法について述べる．

n 人の判定者が k 個のアイテムにつけた順位が以下のように与えられているものとする．

$$\begin{array}{cccc} R_{11}, & R_{12}, & \cdots, & R_{1k} \\ R_{21}, & R_{22}, & \cdots, & R_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{n1}, & R_{n2}, & \cdots, & R_{nk} \end{array}$$

ここで R_{mj} は判定者 m によってアイテム j につけられた順位を表わす．

($R_{m1}, R_{m2}, \cdots, R_{mk}$) は1, 2, …, k の置換の一つである．n 人の判定者によってアイテム j が順位 m とされる頻度を f_{jm} とすると，$f_{j1}+f_{j2}+\cdots+f_{jk}=n$ である．



図．順位グラフの例：楕円は Ho：$p_m=1/k$ に対する有意水準5%の棄却限界を表わす．

$p_{jm}=f_{jm}/n$ とおき，順位 m に対応する角度を $\theta_m=(m-1)\ \pi/(k-1)$ で定義する．ベクトル

$$\boldsymbol{x}_{jm}=(p_{jm}\cos\theta_m,\ p_{jm}\sin\theta_m)$$

を順に連結することによってアイテムに与えられる順位の頻度分布が図示できる．

合成ベクトル

$$\boldsymbol{x}_j=\sum \boldsymbol{x}_{jm}$$

をアイテムベクトルと呼ぶ．

$$\phi_j=\arg(\boldsymbol{x}_j),\ w_j=|\boldsymbol{x}_j|$$

とすると，ϕ_j, w_j はそれぞれアイテムに与えられる順位の平均，一致度を表わす．アイテムベクトルを

描いたグラフを順位グラフという.

一つのアイテムに注目しそのアイテムベクトルを $\boldsymbol{x}$ と書くことにする.

$$\boldsymbol{x}=(u,\ v)$$

とすると, $(u,\ v)$ の分布に対して次の定理が成り立つ.

「**定理**」 $f_1,\ f_2,\ \cdots,\ f_k$ を多項分布

$$p(f_1,\ \cdots,\ f_k)=\frac{n!}{f_1!\cdots f_k!}\,p_1^{f_1}\cdots p_k^{f_k}$$

に従う確率変数とする.

$\theta_m=(m-1)\ \pi/(k-1)$ とし,

$$u=\frac{1}{n}\sum f_m\cos\theta_m,\quad v=\frac{1}{n}\sum f_m\sin\theta_m$$

と置くと $(u,\ v)$ の漸近分布は平均

$$\mu_1=(\sum c_m p_m,\ \sum s_m p_m)$$

分散共分散行列

$$\Sigma_1=\frac{1}{n^2}\begin{bmatrix}\sum\sum c_r c_s \sigma_{rs} & \sum c_r s_s \sigma_{rs}\\ \sum\sum s_r c_s \sigma_{rs} & \sum c_r c_s \sigma_{rs}\end{bmatrix}$$

を持つ正規分布である. ここで

$$c_r=\cos\theta_r,\ s_r=\sin\theta_r$$
$$\sigma_{rs}=np_r\delta_{rs}-np_rp_s$$

である.

この定理を利用することにより

$$H_0:\ p_m=1/k\ (m=1,\ 2,\ \cdots,\ k)$$

を仮定したときの等確率曲線を順位グラフ上に描くことができる.

多項式回帰における予測量の構成

川　合　伸　幸

回帰関数が次数 $K-1$ の多項式で表わされ, 真の次数 (order) は, 高々 $K-1$ であるという設定の下での予測関数の構成の問題を取り扱う. 多項式回帰モデルは標準的な回帰モデル

$$\underset{n\times 1}{\boldsymbol{y}}=\underset{n\times K}{X}\ \underset{K\times 1}{\boldsymbol{\beta}}+\underset{n\times 1}{\boldsymbol{\varepsilon}},\ \boldsymbol{\varepsilon}\sim N\ (\boldsymbol{0},\ \sigma^2 I)$$

$$X=\begin{bmatrix}1 & x_1\cdots x_1^{K-1}\\ \vdots & \vdots \quad\quad \vdots\\ 1 & x_n \quad x_n^{K-1}\end{bmatrix}$$

で表わされる.

さて, 考察する予測のクラスを

$$(1)\qquad \left\{X\hat{b}_w \mid \hat{b}_w=\sum_{i=0}^{K}\phi_i\hat{b}(i)\ ;\ \sum_{i=0}^{K}\phi_i=1,\ 0<\sum_{j=0}^{l}\phi_j\leqq 1,\ l=0,\ \cdots,\ K-1\right\}$$

とする. このクラスは $X'X=I$ のとき β に事前分布 $N(\boldsymbol{0},\ \sigma^2W^{-1})$, $W=\mathrm{diag}\,(W_1,\ \cdots,\ W_k)$ を仮定して