

射率, 屈折率, 等)とともに重要な役目を果たす。

- ① 物体の形状: 幾何学的な形の階層的な記述(ソリッドモデリング), 曲面や回転体の表現法等。一方, 不規則な自然物のモデルとしてはフラクタルがよく知られている。
- ② 物体と光の相互作用: 表面形状と反射モデル(拡散, 鏡面, 異方性, 等), 微粒子集合体, 光の伝播過程のモデル(反射, 透過, 減衰, 屈折, 分光, 等)

これらを用いて様々のものが表示されている。本講演では, 宝石(ダイヤモンド, 猫目石), 雲, 木の年輪, ガラス容器, 金属製品, 等の例を示した。

6. む す び

人工知能の発展を鍵を握る“知識”の問題との関わりにおいて, “形”がどのような役割を演ずることができるかは, 情報工学の分野からみてもきわめて興味深い問題である。また, グラフィックスは, 最近ではパターン認識のツールとして認識との関連を強めてきているが, それ以上に非常に広い意味でのデザイン, あるいは, 思考のツールとしても大きな意義を持つと考えられる。

参 考 文 献

- (1) 鳥脇. デジタル画像の認識における図形特徴, 形の科学会誌, 1, 1 (印刷中).
- (2) 鳥脇(1986). コンピュータグラフィックスの現況と将来, 最新医学, 41, 1, 5-14.
- (3) 鳥脇(1961). 形態計量における画像解析装置の利用, 病理と臨床, 4, 2, 144-154.

剛体球系の空間構造について——ステレオロジー的考察

統計数理研究所 種 村 正 美

1. は じ め に

鋼鉄の玉のような互いに重なり合えない球から成る集合(剛体球系)は, 粉体や, 細胞組織, 液体, アモルファスなどの構造のモデルとして従来から重宝がられている。その理由の一つとして考えられるのは, モデルが簡単である割には, モデルを適用しようとする現実の対象の空間構造の特徴を比較的良く表現できることであろう。ここで「空間構造」とは, 剛体球相互の位置関係のあり方を表すものとする。

2. 動径分布関数

ある系の空間構造を表現するものとして, 種々の統計量が考えられているが, ここでは「動径分布関数(RDF)」を考察する。これは普通, $g(r)$ で表され, 次のように定義される。 ρ_V を三次元空間での数密度(単位体積当りの粒子数の期待値)とし, $\rho_V K_V(r)$ を半径が r で中心が任意の粒子中心とする球の中に含まれる粒子数の期待値とする。そのとき, 三次元空間のRDF $g_V(r)$ は

$$g_V(r) = \{1/c(r)\} dK_V(r)/dr, \quad c(r) = 4\pi r^2$$

で与えられる。これらに対応する二次元の量 ρ_A , $K_A(r)$, $g_A(r)$ は容易に定義できる (ただし, $g_A(r)$ に対して $c(r)=2\pi r$ となる)。特に, 完全ランダム配置 (Poisson パターン) の場合, $g_A(r) = g_V(r) = 1$ がすべての r に対して成り立つ。

関数 $g_V(r)$ は通常, 統計物理学で液体などの構造を表現するために使われ, $K_V(r)$ は X 線回折などから実験的に得られる。また $g_A(r)$ や $K_A(r)$ は空間パターンの統計学において, 平面上の点配置の特徴づけ, モデルのあてはめに用いられている。

3. RDF のステレオロジー

ステレオロジーは一般には低次元の情報から高次元の情報を引き出す手段とされている (たとえば Weibel (1980))。今まで実際に行われていることは, 単体粒子の大きさや形状に関する理論や実験が殆どであった。粒子の位置の相関に関するステレオロジーはあまり発展していない。しかし, この問題領域を確立することが重要であると思われる。

Hanisich and Stoyan (1981) はある標本材料の $g_V(r)$ とその断面から得られる $g_A(r)$ との間関係式

$$(1) \quad g_A(r) = (1/4[E(\xi)]^2) \int_0^\infty f(u) g_V(\sqrt{r^2 + u^2}) du$$

を導いた。ここで $f(u)$ は断面の厚さが無視できる場合

$$(2) \quad f(u) = 2 \int_0^\infty [1 - R_V(|u-v|/2)] [1 - R_V\{(u+v)/2\}] dv$$

で与えられる。ただし $E(\xi)$ は三次元空間における粒子半径 ξ の期待値で, $R_V(\xi)$ は ξ の分布関数である。

彼らは (1) を剛体球系に適用して, 半径が一定の場合と可変の場合に $g_V(r)$ と $g_A(r)$ との間との関係を議論している。しかし, (1) は, 球は独立同分布の半径を持ち, 球の位置は二次の定常点過程を成すとの仮定の下で導かれている。

4. シミュレーションと議論

われわれは, 上の仮定を重ならない球系に適用する点に疑問を持ち, 二種の半径を持つ剛体球系(この場合, (2) の具体形が容易に計算できる)についてシミュレーションを行って, (1)

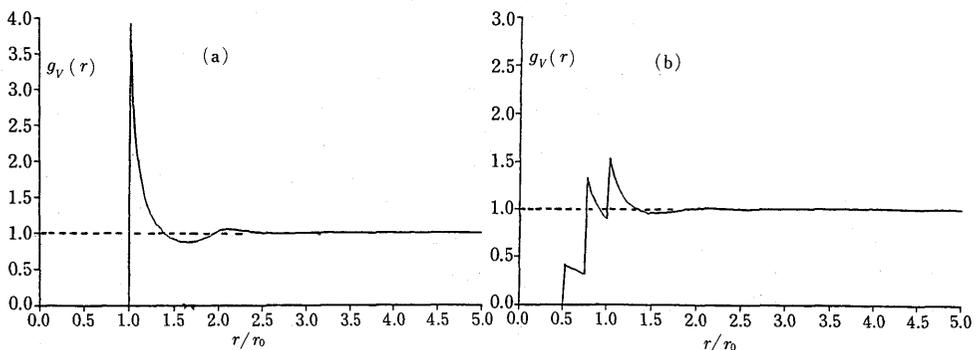


図 1.

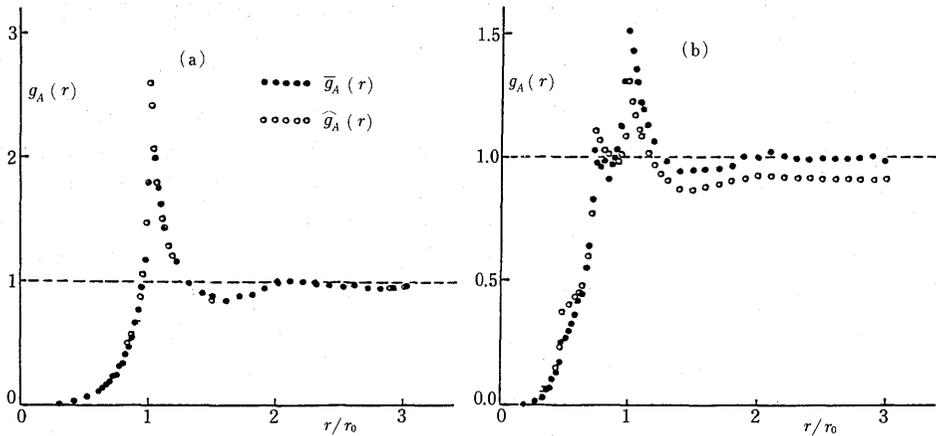


図 2.

から得られる $g_V(r)$ と $g_A(r)$ との関係と、実験的に得られる関係とを比較した (Tanemura (1986)).

図 1(a), (b) には実験的に求めた $g_V(r)$ を, それぞれ $p=q=1$ (p は大きい球の存在比, q は大きい球に対する小さい球の半径比) の場合と $p=q=0.5$ の場合について示してある. そして, 図 2(a), (b) には図 1 の $g_V(r)$ を用いて, 実験的に求めた $\bar{g}_A(r)$ と (1) により求めた $\hat{g}_A(r)$ とが図 1 に対応して示されている. これから, 半径が一定の場合は $\bar{g}_A(r)$ と $\hat{g}_A(r)$ は一致するが, 半径が可変の場合は (1) から得た $\hat{g}_A(r)$ は食い違ってくるのが分かる. この食い違いは別の実験 $p=q=0.25$ の場合にはもっと著しかった.

すなわち, 剛体球の半径に分布がある場合には (1) は使えないことが分かる. その理由は球の半径分布に関する独立性の仮定にあると考えられる. すなわち, 重なりを許さない剛体球系では半径の大きさに無関係に球中心の位置を取ることができない. Hanisch and Stoyan の議論ではこの点に配慮が欠けていたわけである. 結局, 彼らの式 (1) は重なりを許す系にのみ適用可能だが, どの範囲まで応用できるか疑問である.

しかし, 半径に分布がある剛体球系の RDF のステレオロジーを一般に理論的に導くことは著しく困難である. 現実的な方法は, 配置が希薄であるなどの仮定を置いて近似式を導いたり, シミュレーションを通して種々のパラメータに対する経験分布を求めることなどであろう.

参 考 文 献

- Hanisch, K.H. and Stoyan, D. (1981). Stereological estimation of the radial distribution function of centres of spheres, *J. Microscopy*, **122**, 131-141.
- Tanemura, M. (1986). On the stereology of the radial distribution function of hard-sphere systems, *Science on Form: Proc. First Int. Symp. on Science on Form, Tsukuba, 1985.* (eds. S. Ishizaka et al.), pp. 157-165, KTK Scientific Publishers, Tokyo.
- Weibel, E.R. (1980). *Stereological Methods, Vol. 2 Theoretical Foundations*: London, Academic Press.