

$$\begin{cases} H^k d^k = -\nabla f^k \\ x^{k+1} = x^k + \lambda^k d^k \\ \lambda^k = \arg \underset{\lambda}{\text{minimize}} f(x^k + \lambda d^k) \\ H^{k+1} = H^k + \Delta H^k \end{cases}$$

ここで  $k$  は反復回数, quasi-Newton 法では  $H$  の計算の手間を省くために  $H^0 = I$  から出発して,  $s = x^{k+1} - x^k, y = \nabla f^{k+1} - \nabla f^k$  の情報を利用して  $H^k$  を更新し, より良い近似行列  $H^{k+1}$  を得る. この更新方法としてよく知られている DFP, BFGS, DFP 逆, BFGS 逆, Gill-Murray, SSR, PSB 公式を用いて種々の問題について実験を行った. その結果 UCOP 1 では一般的に性能がよいとされ又実際にも一樣によい動きを示した BFGS 公式を採用しているが, Gill-Murray, SSR 公式も同様に比較的安定したよい結果を示した. 又テスト問題の殆どに対して遅い収束を示していた PSB 公式が 1 問題 (2, 3, 5 次の Rosenbrock の函数について実験) にだけ際立ったよい結果をもたらしていたのが興味深い.

UCOP 1 においては, ユーザーは函数値  $f$  とその一次微分  $\nabla f$  の値を計算するサブルーチンを用意するのが望ましい. もし一次微分が不可能ならば 2 倍精度で計算をするのが安全である. Example では J. J. McKeown (1975) が提案しているテスト函数で前述の 7 公式について比較した. (前頁の表に示す)

Example.  $f(x) = \min \sum_{i=1}^{10} g_i^2$  を求める.

$$x = (x_1, \dots, x_5)^t$$

$$g = (g_1, \dots, g_{10})^t = A + Gx + \frac{1}{2} \mu x^t B x D$$

$$\mu = 10^{-4}, 10^{-2}, 1, 10^2, 10^4$$

$$A, D: 10 \text{ 次のベクトル}, G, B: 10 \times 5, 5 \times 5 \text{ 行列}$$

## 幾何学的対称性の統計的分布

伊 藤 栄 明

幾何学的対称性を群論をもちいて記述する方法はよく知られている. 3 次元空間における周期的な構造について対称性を記述する 230 個の群があり, それらは空間群と呼ばれている. 結晶における原子の配列を解析する際に空間群はもちいられる. 結晶の対称性は 230 の空間群のいずれかによりあらわされる. したがって空間群を値としてとる統計的分布が考えられる.

対称性の統計的分布について, 球の充填あるいは楕円球の充填にもとづいたモデルが考えられる. たとえば等大球の立方稠密充填と六方稠密充填のいずれになるかということについてある仮定のもとでの確率を議論することは興味ある幾何確率の問題と思われる. ここではこのような幾何学的構造を直接考えずに群とその表現にもとづいたモデルについて議論する.

幾何学的対称性を平行移動の操作を考慮に入れずに記述する点群といわれている 32 個の群がある. それらは定点  $O$  を通る軸による回転及び定点  $O$  についての反転からなる有限群である. 点群は結晶の形態を記述する際にもちいられる. 点群における対称操作に平行移動の操作を組みあわせたものが空間群であり, 各空間群は 32 個の点群のいずれかにもとづいて構成されている. ここでは点群についての統計的分布を考える.

Nowacki, Matsumoto and Edenharter (1967) は結晶を物理的, 化学的な性質より分類し, 各分類における空間群の統計的データを示した. ここでは彼等の分類における酸化物と水酸化物からなる分類 III について点群についての分布を議論する. 多く存在する群は, 群として生成されやすいということと考へ, 生成されやすさということについてのモデルをつくる. 分類 III の結晶の点群はすべて  $C_{2h}$  と呼ばれている点群を部分群としてもつ.  $C_{2h}$  にランダムに対称操作が加わって得られたのが分類 III の結晶の

点群であるというモデルを考える。これについて計算機シミュレーションを行いデータと比較する。

群を値としてとる統計的分布は興味ある今後の研究課題であると思われる。本研究はこれについてのひとつのこころみである。

### 参考文献

伊藤栄明 (1985). 群, グラフを値としてとる確率分布, 統計数理第33巻, 68-70.

Nowacki, W., Matsumoto, T. and Edenharter, A. (1967). Classification of crystalline substances by crystal systems, crystal classes, Bravais lattices and space groups. Acta Cryst., 22, 935-940.

## 領域統計研究系

### 社会調査の標本設計と実績精度

鈴木 達 三

1983年全国調査を例に, 標本設計と実績精度について検討する。

母集団: 満20歳以上の日本人 (基本選挙人名簿に記載されている有権者)

市町村の層別: 市部では人口規模, 郡部では地方別, 産業構成 (第1次産業従事者の比率) 全体で55層に層別

抽出単位, 抽出枠: 第1次抽出単位は各市町村の各投票区, 第2次抽出単位は各個人, 抽出台帳は基本選挙人名簿

抽出標本6,000の性, 年齢の推定平均, 推定平均の分散の推定値, 分散の増加率, 層別2段抽出の影響を, それぞれ求めると, 次のようになる。

	抽出標本 $n=6000$		調査できた標本 $n=4429$	
	性 (男の比率)	年齢 (5歳きざみのコードの平均)	性 (男の比率)	年齢 (コード)
推定平均	47.712	5.215	43.978	5.299
推定平均の分散の推定値	0.46677	0.00221	0.66965	0.00284
単純ランダム分散の推定値	0.41673	0.00120	0.55768	0.00156
分散の増加率	1.120	1.851	1.201	1.826
層別2段抽出の影響度	1.058	1.360	1.096	1.351

調査できた標本からの計算値は, 抽出標本全体からの推計値にはほぼ近くなっている。

一般の項目については調査できた標本からの計算で考える。調査は  $K$  型と  $M$  型の調査票を1人おきに使用したので,  $K$  調査の結果 ( $n=2256$ ),  $M$  調査の結果 ( $n=2173$ ), および共通項目の結果 ( $n=4429$ ) に分かれる。共通項目を利用して, 計算値の安定性の検討もできる。

各調査結果からみて, 標本誤差は, 単純ランダム・サンプリングの場合にくらべ, ほぼ1.3倍以内におさまる。これを越えるものは, 職業のうち農業, 持物のうち土地, 家屋, 学歴 (大学と中学) 等, 地域 (調査地点) との関連が強いとみられる基本項目, および三 (多) 項選択の中間項になる (後者には調査員の影響も考えられる)。

層別の効果は地域に関連の強い基本項目には安定してみられる。

結果の安定性をみると,  $K$  調査,  $M$  調査の共通項目に関する推定平均の相関は0.994, 推定平均の分散の推定値の相関は0.972, 標本誤差の倍率の相関は0.845となるが, 層別の効果は0.345で, やや不安定である。