統計数理 第34巻 第1号（1986）

統計数理研究所研究活動

1985年度研究発表会要旨

と　き：1986年3月26日，午前9時45分～午後5時
ところ：統計数理研究所　講堂

あいさつ　　　所長　林　知己夫

統計基礎研究系

ステレオロジ的な推理について

樋口　伊佐夫

空間領域のある一つの断面における情報を用いて，その全体の領域に関する事を推定しようとする方法は，ステレオロジーと呼ばれ，はじめは金属学や土木工学で，粉粒体の粒度分布の推定の問題に関連して，理論及び応用の研究が始った．そのうち医学の細胞診断などいろいろの問題に適用できるであろうということで応用される場合と領域が広まった．しかし，一方原理的なことが忘れられ，断面を見れば全体がわかるという魔術的魅力に幻惑されて，無謀な使い方や，計算法の簡素化といった末梢的研究が見立つようになって来た．たとえば，多くの大小さまざまな粒子の集合では事実上問題にする必要のなかった，粒子配位の非独立性や，サンプリング誤差などが，不問にされたまま，配向性のあるデータや，小数データに適用されることがあるように思われる。こうした問題は元来，まず空間構造に関する何らかの知識があってモデルが構成され，その構造での断面における諸量と空間での諸量の関係が数理的にしらべられ，それを用いて，データからの推論を行うのがすじで，構造については，粒子のパッキングのようなものの他に，tesselationなどが研究されているが，利用者の中にはモデルには全く無関心の人も少なくないようである．

上記のステレオロジーは，普通は「形」の問題ではない．たとえば球のランダムパッキングに対して，個体の外形は「球」，全体としての内形配位パタンは「ランダム」で，これは与えられたものであって，問題の対象ではない．

もし「形」が不明の物体の断面の形から，全体の形を推定するという問題になれば，普通の場合の統計的推論と同じ形態をとることになる．とくに，Bayes推定の形態をとることになろう．あり得る形の可能性を考えて，その中から選ぶということになるが，一つ一つの経験をもとに逐次的に推論をすすめてゆく場合も多い．たとえば直方体，と四面体の場合について，具体的な例題考察を行ったが，こうした単純な場合でも，可成り面倒である．

漸近展開の誤差評価

清水　良一

分布Fが，たとえば，正規分布Φのまわりで形式的に

$$F(x)=\Phi(x)+\{\alpha_1 Q_1(x)+\alpha_2 Q_2(x)+\cdots\}\,\phi(x)$$

と展開されるとする．問題はこの展開を有限の項で打ち切ったときの誤差

$$\Delta(x)=F(x)-\Phi(x)-\{\alpha_1 Q_1(x)+\cdots+\alpha_k Q_k(x)\}\,\phi(x)$$

の評価である．考える分布 F のクラスはなるべく広く取りたいが，むやみに広げてしまっては意味のある議論は殆どできなくなってしまう．ある程度の制限はどうしても必要である．この研究では F のクラスを正規分布の scale mixture に限定する．X が $N(0,1)$ に従う確率変数，σ が X と独立で正の値をとる変数のとき積 $\eta=\sigma X$ がこの分布に従う．

$$G_k(x)=\Phi(x)-\sum_{j=1}^{k-1}\frac{1}{2^j j!}\alpha_j H_{2j-1}(x)\cdot\phi(x)$$
$$\alpha_j=E(\sigma^2-1)^j,\ j=1,2,\cdots,k$$

と置くと，次の不等式が得られる．

$$|F(x)-G_k(x)|\leqq\frac{1}{2k\pi}E(\sigma^2\vee\sigma^{-2}-1)^k$$

H はエルミート多項式である．

例（t-**分布**）：χ_n^2 は X と独立に自由度 n のカイ2乗分布に従うとする．

$\sigma=\sqrt{(n-2)/\chi_n^2}\cdot X$, $q=n/2-1$ と置くと $\sqrt{(q+1)/q}\cdot\sigma X$ が自由度 n の t-分布に従う．$\eta=\sigma X$ の分布 F について，

$$\alpha_1=0,\ \alpha_2=1/(q-1),\ \alpha_3=4/(q-1)(q-2),\ \alpha_4=3(q+6)/(q-1)(q-2)(q-3),\ \cdots$$
$$|F(x)-\Phi(x)|\leqq\frac{1}{4\pi}E(\sigma^2\vee\sigma^{-2}-1)^2\leqq\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{q-1}+\frac{q+2}{q^2}\right)$$

が成り立つ．

上の不等式は次のように強化される：任意のボレル集合 A に対して

$$|\Pr\{\eta\epsilon A\}-\int_A dG_k(x)|\leqq C_k\cdot E\ (\sigma^2\vee\sigma^{-2}-1)^k$$

この形の評価式は多次元の場合への拡張のためにはどうしても必要である．

多変量非正規モデルにおける推定量の評価

小　西　貞　則

0. はじめに

多変量データの分析は，観測データを用いて分析手法の必要とする推定値を求めることによって実行できる．しかし限られたデータに基づいて母集団全体の動向を摑もうとするのであるから，点としての推定値を求めるだけでなく偏り，分散を考慮に入れてその信頼性を評価しておく必要がある．これによって解釈の信頼性の程度を把握できることにもなる．ここでは多変量解析において基本的な固有値，固有ベクトルの推定を念頭に，母集団分布を特定することなく，推定量の分布関数を推定する方法および区間推定の方法について考察する．

1. 推定量の分布関数の推定

未知の P 変量確率分布 $F(x)$ をもつ母集団からの n 個の標本に基づく統計量を $T_n=T_n(\boldsymbol{x}_1,\cdots,\boldsymbol{x}_n:F)$ とし，パラメータ $\theta(F)$ に対して，$\sqrt{n}\{T_n-\theta(F)\}$ の分布は $n\to\infty$ の時，平均0の正規分布へ収束するものとする．目的は分布関数

$$D_n(F)=\Pr\ [\sqrt{n}\{T_n-\theta(F)\}<x]$$

の推定である．いま $\sqrt{n}\ \{T_n-\theta(F)\}$ の偏りを $(b_n/\sqrt{n})$, 分散を $(v_n{}^2)$, 3次のキュムラントを $(\kappa_n/\sqrt{n})$