# 予測制御研究系

## 時系列解析とベイズ的視点

赤 池 弘 次

時系列解析の分野では，一時 AR モデルあるいは ARMA モデル等の線形定常モデルの研究が支配的であった．これらのモデルは，平均値のまわりの変動を解析するものであり，平均値そのものの動きの解析法の組織的な研究は，ようやく最近になって人々の関心を引きつつある．この分野では，線形モデルの範囲内でも十分興味ある問題がある．

G. Tintner は 1946 年の Econometrica 誌上で，多変量経済データの解析を論じている．これは観測される時系列データが観測誤差を含む場合に，真の変量間に存在する線形な関係を，その数をも含めて推定する問題である．時系列のダイナミックスの議論はないが，時系列の平均値の動きについて人がどのような見方をするかを示す点で興味ある論文である．たとえば経済的変量について，ゆっくりした動きと飛躍的な動きに言及している．この経済的変量について観測誤差をホワイトノイズとみなし，必然的に因子分析（主成分分析）のモデルに導かれている．

因子分析のモデルは本質的にベイズ型モデルである．また上記平均値の動きの記述は，直接観測不可能な変量について，特定の確率過程としての特性を期待するものである．

観測誤差をホワイトノイズとして，真値の動きを確率過程によって表現すれば，これはカルマンフィルタの基本的なモデルと一致する．このモデルをデータから決定することは，ベイズ型モデルの推定の問題となる．特に観測期間の長さにくらべて非定常とみなされるような動きを論ずる場合には，初期値が問題となる．初期値の問題の処理もまたベイズ的視点の適用を要求する．

BAYSEA のように時系列を各種の成分に分解する方法は，まさしく時系列の因子分析といえる．因子分析の基本的モデルがベイズ型モデルであることを考えると，ベイズ的視点を通じて因子分析法と季節調整法との対比を論じることが可能になる．この視点は季節調整法のモデル化の経験を因子分析法のモデル化に利用すること，あるいは多変量時系列の季節調整法のモデル化に因子分析モデルの考えをとりこむこと等の可能性を示唆する．時系列に関する線形モデルは，このような視点の導入により，実用上重要な応用分野を開拓しつつある．

## 係留海洋構造物の非線型ダイナミックスの同定

尾 崎 統

### 1. はじめに

海底資源利用に伴って海上基地となる海洋構造物の安全性が問題になっている．荒れた海洋上での海洋構造物の運動特性を適確に把握できているか否かは構造物の動きを予測し制御する為に重要な点である．係留海洋構造物の洋上の運動は基本的には振動運動であるが，係留に伴って生ずる力 $T(x)$ が加わった次のような非線型振動方程式で表わされる．

$$\ddot{x}+a\dot{x}+bx=n(t)-T(x) \tag{1}$$

$x$ は振動角，$n(t)$ は分散 $\sigma^2$ の白色雑音，$T(x)$ は振動角 $x$ の時系留ロープ等によってひき戻す方向に働く力で，

$$T(x)=cx_+^3=\begin{cases} cx^3 & x>0 \text{ の時} \\ 0 & x\leqq 0 \text{ の時} \end{cases}$$

などが考えられている．この運動方程式モデルのパラメタ，$a$, $b$, $c$, $\sigma^2$ を $x(t)$ の観測データ $x_1, x_2, \cdots, x_N$ から統計的に推定することができれば，予測，制御，そしてより安全な構造物の設計などに役立てることが出来るわけであるが，(1) の型のままではそれは難しい．そこで局所線型化の手法を使って (1) を推定可能な統計モデルのかたちにもっていく事を考えた．

## 2. 局所線型化

まず (1) と同等な次の2次元確率力学系表現を考える．

$$(2)\qquad \begin{aligned} &\dot{\underline{z}}=\underline{f}(\underline{z}\mid a,\ b,\ c)+\underline{n}(t)\\ &\dot{\underline{z}}=(\dot{x},\ x)'\ \underline{n}(f)=(n(t),\ 0)'\\ &\underline{f}(\underline{z}\mid a,\ b,\ c)=(-a\dot{x}-bx-cx^3_{+},\ \dot{x})' \end{aligned}$$

このモデル (2) から局所線型化によって次の非線型状態空間表現を得る．

$$(3)\qquad \begin{aligned} &\underline{z}_{t+\Delta t}=A_{\Delta t}(\underline{z}_t)\,\underline{z}_t+B_{\Delta t}(\underline{z}_t)\,\underline{n}_{t+\Delta t}\\ &x_t=c\underline{z}_t \end{aligned}$$

ここに $\underline{n}_{t+\Delta t}$ は分散 $\sigma^2 I$ の2次元白色雑音，

$$A_{\Delta t}(\underline{z}_t)=\mathrm{Exp}\,(K_t\Delta t)$$

$$K_t=\frac{1}{\Delta t}\,\mathrm{Log}\,[I+J_t^{-1}\,\{\mathrm{Exp}\,(J_t\Delta t)-I\}\,F_t]$$

F$t$ は $F_t\cdot\underline{z}_t=\underline{f}(\underline{z}_t)$ を満たす行列．

$$C=(0,\ 1)$$

$$B_{\Delta t}(\underline{z}_t)=U_t\begin{pmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\end{pmatrix},\ J_t=\left(\frac{\partial f_i(z)}{\partial z_j}\right)_{\underline{z}=\underline{z}_t}$$

直交行列 $U_t$ の要素 $u_{ij}$ 及び $\lambda_1$, $\lambda_2$ は，$K_t$ の固有値 $\mu_1$, $\mu_2$ の関数として与えられるが，詳細は略す．

## 3. 最 尤 推 定

モデル (3) の最尤推定値 $\hat{\theta}=(\hat{a},\ \hat{b},\ \hat{c},\ \hat{\sigma}^2)$ が計算できるが，詳細は略す．

## 4. 非線型性の同定

次の問題は $\hat{\theta}$ によって得られた関数 $A_{\Delta t}(\underline{z}\mid\hat{\theta})$ に対応する (2) の $\underline{f}(\underline{z}\mid\hat{\theta})$ 又はその近似を求める事である．これは $A_{\Delta t}$ と $\underline{f}_{\Delta t}$ の間の局所線型関係式を用いて数値的に計算可能．この事は逆に $A_{\Delta t}$ を適当な関数行列でモデル化して推定し対応する $\underline{f}_{\Delta t}$ を求めて，$T(x)$ の適当な関数型を探すことが可能であることを意味している．詳細は次の文献参照．

## 参 考 文 献

[1] T. Ozaki (1986). Statistical identification of nonlinear random vibration systems
[2] T. Ozaki (1986). Local Gaussian modeling of stochastic dynamical systems..., Applied Prob. Trust.