

# 地下の不均質構造の統計的表現

—— 孔井検層から推定されるランダムな不均質弾性構造 ——

国立防災科学技術センター 佐藤 春夫

(1986年8月 受付)

## 1. はじめに

長周期地震学において、地震とは地球に蓄積された弾性歪が断層面の形成によって急激に開放される現象と考えられてきた。近年になって、実際に観測される地震波の高周波成分の励起には、断層面上の弾性係数や破壊強度の不均質性が重要な役割をはたしていると考えられるようになった。又、観測される地震波形には、均質弾性体のモデルから予測されるP波(縦波)とそれに続くS波(横波)だけではなく、S波の後にかかなり広い範囲から散乱されてきたと考えられる波群(コーダ波と呼ばれる)が常に存在し、地震波の伝播媒体としての地球自身も、弾性体としてかなり不均質である事が明らかになってきた。

弾性波速度や密度が場所や深さ毎にいかなる値をとるかは、爆薬を使った弾性波探査や重力探査によってかなり精密にわかるようになってきたと考えられるが、これはあくまでもある限定された領域内での平均値を知ったという事にすぎない。しかし、数学的理論の中に不均質性という概念を直ちに持ち込む事は一般に難しく、必然的に統計的手法を取らざるを得ない。ここでは、最も精密に詳細構造が測定されている孔井検層データを例にとり、ランダムな不均質構造の統計的性質を調べてみることにしよう。

## 2. 孔井検層データ

図1aは、国立防災科学技術センターの東京を囲む3つの深層地震観測井のP波(音波)速度及び密度検層図(鈴木・他(1981))である。3井の位置は図3aに示されている。密度は $\gamma$ 線のコンプトン散乱を利用した測定結果であり、P波速度は超音波の発・受信器の間隔が1mの検層器を孔井中に降下させながら20~50kHzの超音波を用いて深さ方向に連続的に測定した結果である。P波速度を4km/sとすると対応する波長は8~20cmとなり、これが測定の分解能であるが、図1aは波長5mのローパスフィルターを通した結果であって、分解能は5mと考えるべきである。図1bに、地上での爆破によるP波信号を孔井中に降下させた地震計の深さを変えながら測定して求めた、府中観測井でのP波速度構造(山水・他(1981))を示す。爆破のP波主要動の卓越周波数は15Hz前後であり、P波速度を4km/sとした時の波長は270m程度である。図から、第一近似的にはある深さ範囲で速度が一定という層構造モデル(右から2列目)がかなり良く、各層でのP波速度は音波(P波)検層データ(右から1列目)の平均値に良く一致していることがわかる。爆破実験によって推定されたP波速度構造は、音波(P波)検層によって求められた構造から、かなりランダムな短波長のゆらぎをとり去ったものと考えられる。

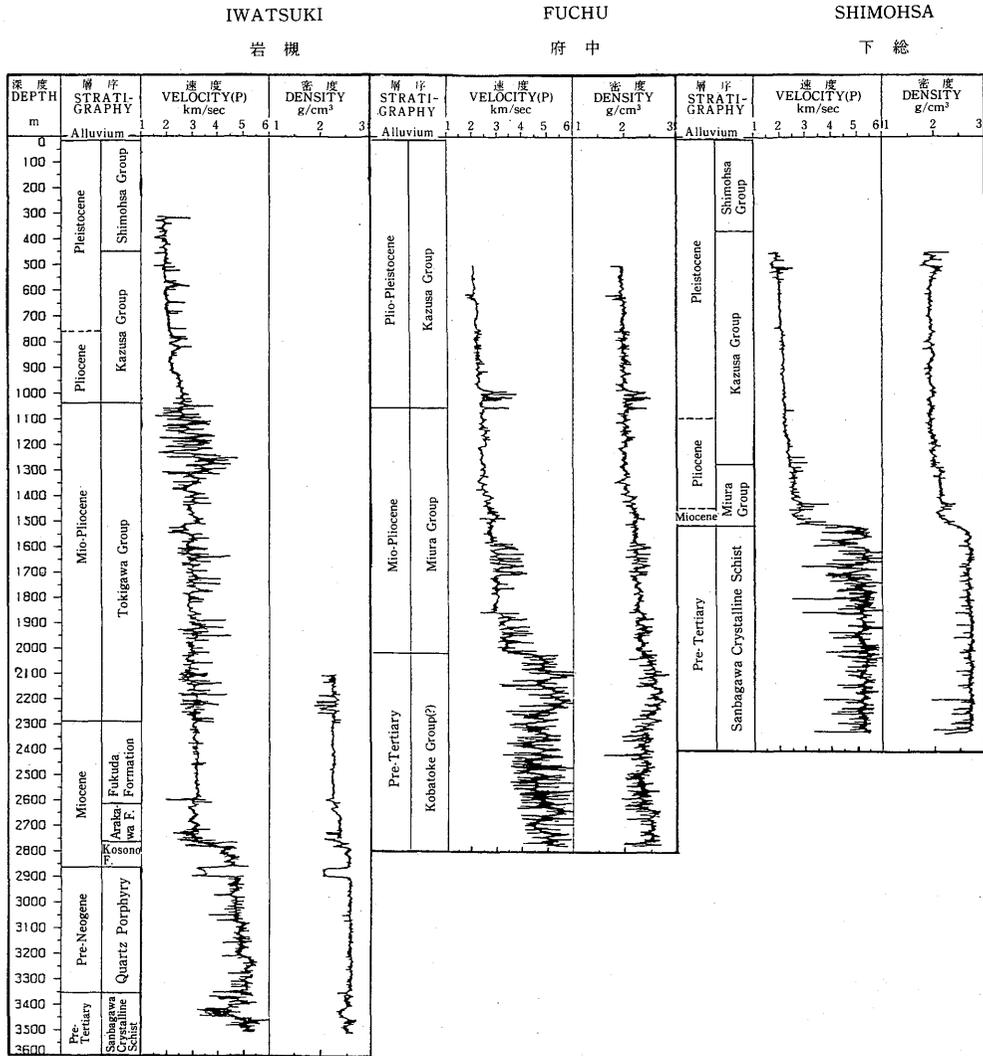


図 1a. 深層観測井における P 波速度及び密度検層図 (鈴木・他 (1981)).

まず初めに、この短波長のゆらぎの確率密度関数がいかなる形状を取るか調べてみよう。図 2 に、3 井の P 波速度検層データから計算した確率密度関数 (木下 (1986)) を示す。図 2a は、岩槻井の深さ 1,050~1,350 m 部分のものであるが、2 つのピークを持っている。孔内地質柱状図を参照すると、左側のピークは泥質岩に、右側のピークは砂質岩に対応することがわかる。図 2b は深さ 2,900~3,350 m の石英斑岩部分のものであるが、これは単純な 1 ピークの形状を示している。図 2c は下総井の 1,550~2,325 m の結晶片岩部分のものであるが、若干左側に流れた鋭い 1 ピークの形状を持つ。図 1a の下総井 P 波速度検層データには、速度・密度共に負側へ鋭いパルス状の変化がはっきりと見える。これは孔井を横ぎるクラックに起因するものと考えられ、このクラックが図 2c の左側のテール部分に寄与しているのであろう。これらの事から、確率密度関数を考える時には、平均値と分散だけでは統計的情報として充分で無い場合がある事に注意しなければならない。

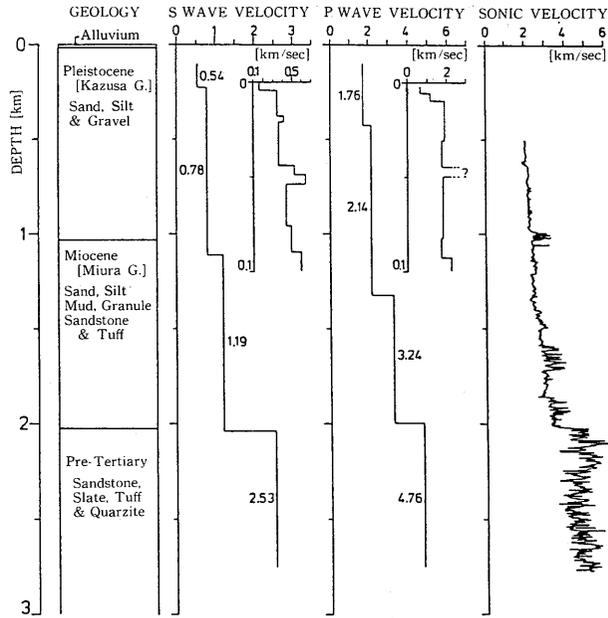


図 1b. 府中観測井における P 波速度構造 (山水・他 (1981)).

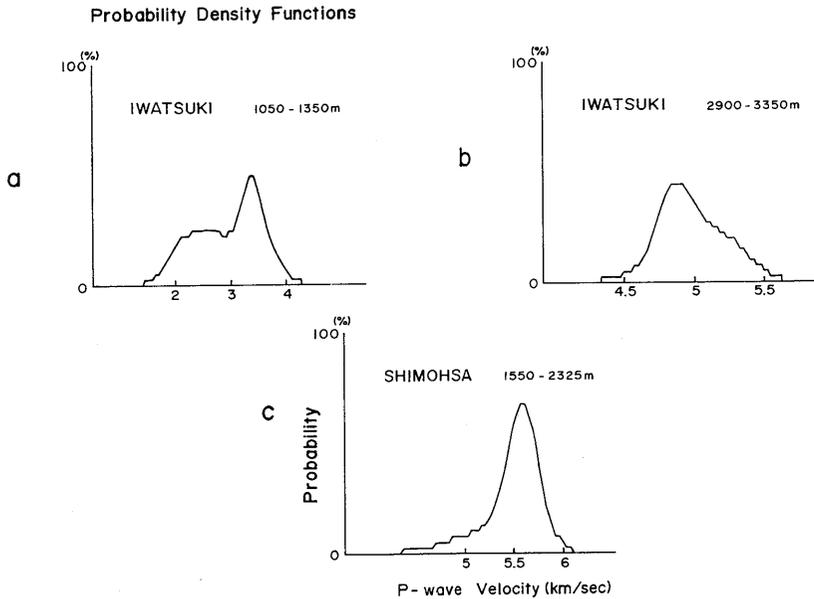


図 2. P 波速度の確率密度関数 (木下 (1986)).

統計的表現の次のステップは、このランダムなゆらぎの空間的スペクトル構造を知る事である。まず、無次元化した P 波速度のゆらぎ [P 波速度を  $a(x)$ 、その平均値を  $a_0$  とした時に、 $(a(x)-a_0)/a_0$  で表わされる] の自己相関関数を求めてみよう。図 3a は、関東地方の基盤と考えられる先第三紀層部分 [図 1a の P 波速度検層図で平均が約 5 km/s の部分] の自己相関関数

Auto-correlation of Fractional Fluctuation of P-wave Velocity Log

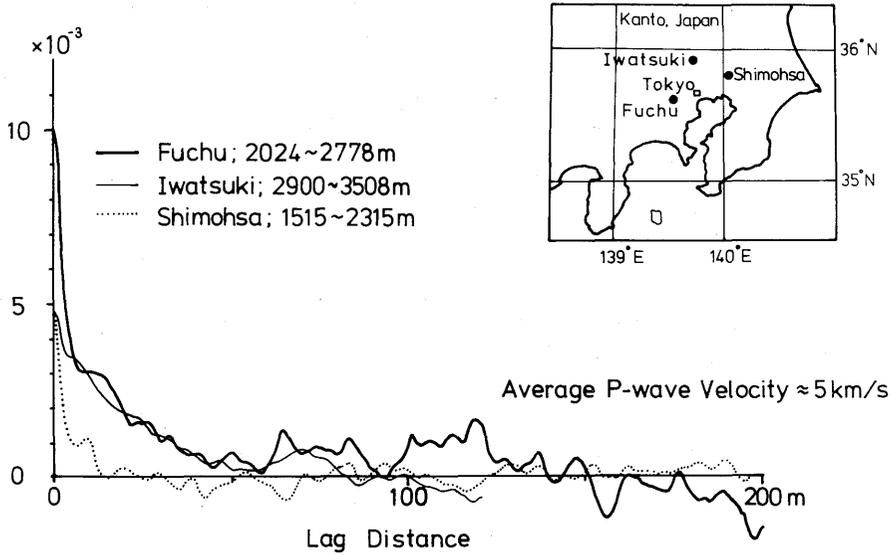


図 3a. 三深層観測井の位置と、先第三紀層基盤岩内における無次元化したP波速度のゆらぎの自己相関関数 (佐藤 (1984)).

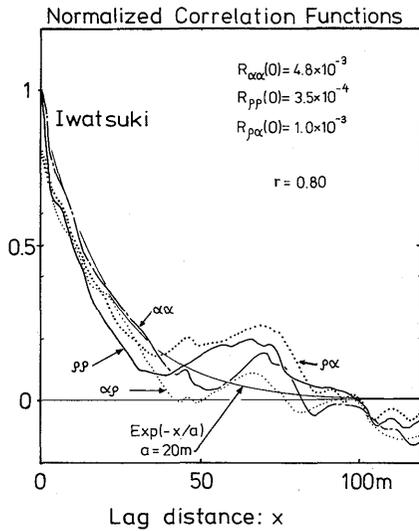


図 3b. 岩槻観測井の先第三紀層基盤岩内における、無次元化したP波速度及び密度のゆらぎの自己及び相互相関関数 (Sato (1984)).

である。ラグが0 mの時は、岩槻井と下総井では一致してゆらぎの2乗平均  $\epsilon^2 = 5 \times 10^{-3}$  であり、府中井では  $\epsilon^2 = 10^{-2}$  と2倍の値をとる。自己相関関数自体は、ラグが数 m から 60 m 位まで岩槻井と府中井ではおどろく程良く一致している。下総井では、これらにくらべてかなり小さい値をとる。自己相関関数の値が  $\epsilon^2$  にくらべて充分小さな値をとる特徴的な長さを相関距離  $a$  と呼んでいるが、府中井と岩槻井では  $a \approx 20 \sim 40\text{ m}$ 、下総井では  $a \approx 10\text{ m}$  と考えられる。自己相関関数の形状は、岩槻井では指数関数的であるが、下総井と府中井ではラグが0 m 付近でかなり鋭く、短波長成分を指数関数よりもかなり多く含む、いわゆる von Karman 型

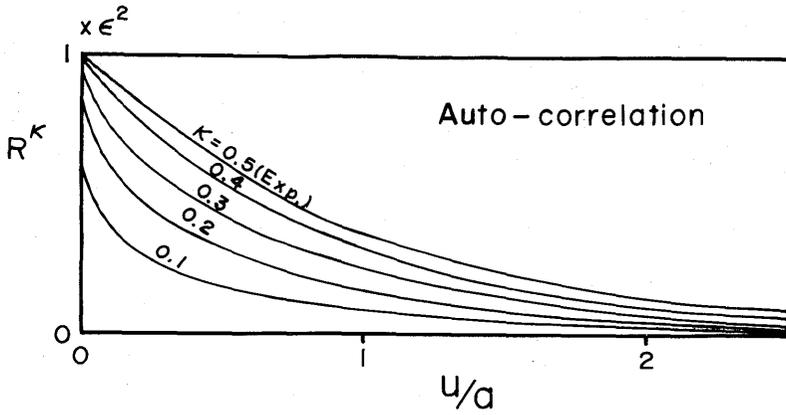


図 4a. von Karman 型自己相関関数

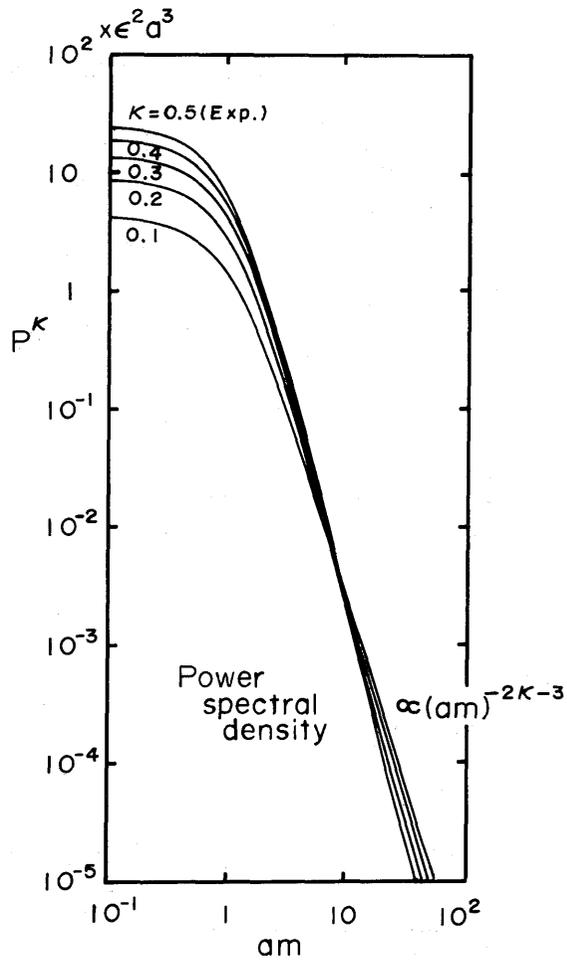


図 4b. von Karman 型パワースペクトル密度関数.

(Tatarsky (1961)) が良い近似となっている。岩槻井について、無次元化した P 波速度と密度のゆらぎの自己相関関数、 $R_{aa}$  と  $R_{\rho\rho}$ 、及び密度と P 波速度のゆらぎの相互相関関数、 $R_{a\rho}$  と  $R_{\rho a}$ 、を 図 3b に示す。ラグが 40 m 程度までこれらの相関関数の形は互いに良く一致しているが、無次元化したゆらぎの 2 乗平均は P 波速度にくらべて密度の方が 1 ケタ小さい。又、細い実線は  $a=20$  m の指数関数であるが、P 波速度の自己相関関数の良い近似になっていることがわかる。

三次元的に一樣かつ等方なゆらぎの代表として良く使われる von Karman 型自己相関関数は、

$$R^x(u) = \frac{\epsilon^2 2^{1-x}}{\Gamma(x)} (u/a)^x K_x(u/a) \quad 0 < x \leq 0.5$$

で与えられる(図 4a)。 $\Gamma$  はガンマ関数、 $K_x$  は  $x$  次の変型ベッセル関数である。対応するパワースペクトル密度関数は、波数を  $m$  として、

$$P^x(m) = \frac{\epsilon^2 (2\pi^{0.5} a)^3 \Gamma(x+1.5)}{\Gamma(x) (1+a^2 m^2)^{x+1.5}} \quad 0 < x \leq 0.5$$

で表わされる。von Karman 型のパワースペクトル密度関数を 図 4b に示す。高周波数側で波数のべきは  $-2x-3$  となり、 $x$  が小さくなるに従ってゆらぎの短波長成分が増大することがわかる。これは、 $x$  が小さくなるに従って自己相関関数が原点近くで鋭くなる事に対応する。

P 波速度検層データから自己相関関数を求めてその統計的性質を明らかにする事は、Sato (1979) によってはじめられた。Wu (1982) は、米国ニューメキシコ州 Fenton Hill の花崗岩に掘られた地熱用の井戸の P 波速度検層データから自己相関関数を求めており、これを 図 5a に示す。ガウス型や指数関数型よりも、明らかに 1/3 次の von Karman 型が良い近似になっていることがわかる。但し、データが深さ 2,377~2,469 m であって総長 92 m と短かく、 $a=1.2$  m と極端に短い値が得られている。図 5b は、ソ連の Belorussian crystalline massif に掘られた

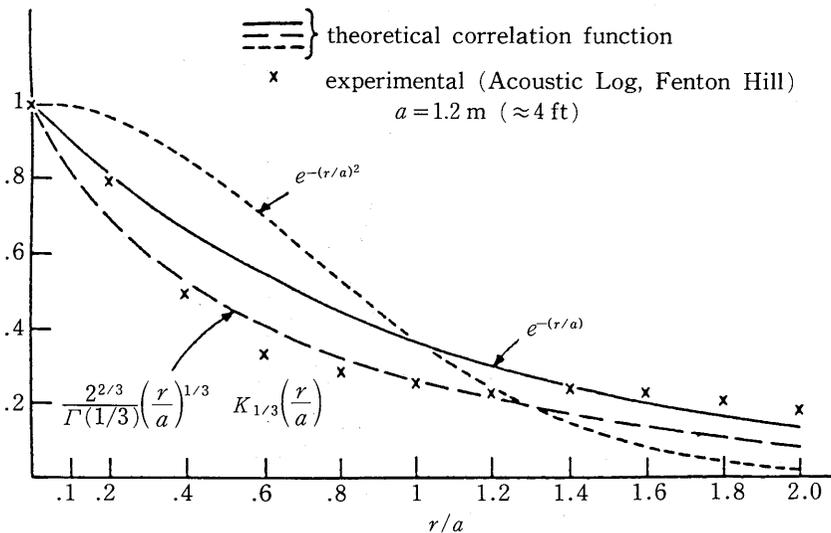


図 5a. 米国ニューメキシコ州 Fenton Hill における、P 波速度のゆらぎの自己相関関数 (Wu (1982)).

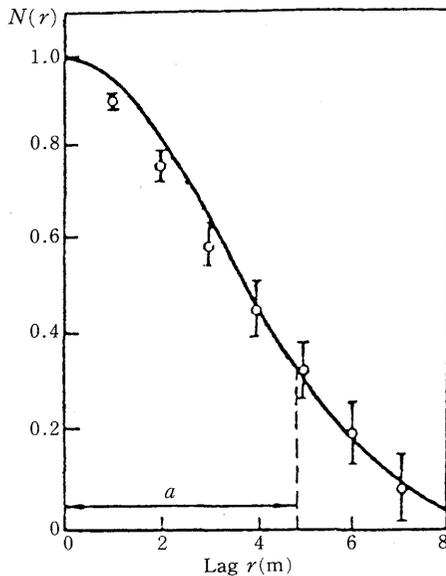


図 5b. ソ連邦 Belorussian crystalline massif における、P 波速度のゆらぎの自己相関関数 (Nevskiy and Riznichenko (1979)).

孔井の、深さ 220~250 m 部分 P 波速度検層データから作成した自己相関関数である (Nevskiy and Riznichenko (1979)). 岩質は片麻岩及び花崗片麻岩で、平均速度は 6 km/s,  $\epsilon^2 = 2.5 \times 10^{-3}$  であった. 図では  $a = 5$  m のガウス型を P 波検層データにフィットしてあるけれども、原点近くでの勾配は直線に近く、むしろ指数関数の方が良い近似となっているように見える. 図 5 の a, b は、共に  $\epsilon^2$  で規格化されている. P 波速度構造のゆらぎの自己相関関数としてガウス型が採用される場合が多いのであるが、これらの例を見るかぎり、ラグが 0 で平坦なガウス型よりも、鋭いピークを持つ指数関数型、さらには von Karman 型の方が現実の不均質構造を良く表現していると考えられる.

### 3. 地下深部での不均質性

前節に述べた例は、深さがせいぜい 3.5 km 程度までの、いわゆる地殻上部の統計的性質であった. 現在、世界で最も深いボーリングが、ソ連のコラ半島で大陸地殻の下部構造を探る目的で進められており、その深さは 12 km を超えている (コズロフスキー (1985), 島村 (1983)). 大陸地殻では、爆破探査から P 波速度が 7 km/s に急増する境界が存在し、コンラッド不連続面と呼ばれて花崗岩質層とその下の玄武岩質層の境界だろうと従来は考えられていた. しかし、コラ半島のボーリングの結果、P 波速度はかなり不安定で、速くなったり遅くなったり激しく振動していた. この地域でのコンラッド不連続面は爆破探査から深さ 7~10 km にあると推定されていたものの、ボーリング孔内の P 波速度はこの深度でもかなり不安定であって、明瞭な速度境界は存在しなかったのである.

米国では、車載式の加振機を並べて同期加振して P 波を発生させ、地下で反射された波を地表に展開した地震計群によって測定 (VIBROSEIS 法) し、反射強度の深さ分布を調べる計画 (COCORP) が進められている. 深さにして 75 km 附近からの反射波を捕える事に成功しており、その結果 (Schilt et al. (1979)), (1) 地殻は数 km から 10 km 程度のスケールで見るとかなり不均質である, (2) 地殻内には多くの反射面が見られるが、コンラッド面に対応するようなはっきりとした反射面は見出す事ができない, (3) モホ面 (地殻と上部マントルの境界につけら

れた名)は単一の反射面というわけではなく、いろいろな長さの反射面の集まりで、厚さ数 km の層状遷移帯とも呼ぶべき性質のものである、という事がわかってきた。

地殻下部以深になると、自然地震を用いた手法のみが、不均質構造の推定の手がかりとなる。地震波の散乱の強さは、直ちにランダムな不均質構造の程度を与えてくれる。又、地震波の減衰を主として散乱によるものと仮定すると、その周波数特性から不均質構造の空間的スペクトル特性を推定することができる (Sato (1984))。佐藤 (1984) は、散乱と減衰の解析から地球の深さ 100 km 以浅の部分 (岩石圏と呼ばれている) の不均質性は、 $\epsilon^2 = (7.2 \sim 13) \times 10^{-3}$ ,  $a = (2.1 \sim 5.1)$  km,  $\alpha = 0.35$  次の von Karman 型自己相関関数で表わされると推定した。

地殻上部の P 波換層データからは  $\epsilon = 10\%$  という値が得られており、この推定と調和的であるが、数十 km という深さではどうであろうか？ ちなみに 10% という値について、爆破探査をやってきた人達は大きすぎると言い、金属鉱床の探査をやってきた人達はもっと大きい値でも不思議ではないと言う意見が多かった。

#### 4. おわりに

現在、深い井戸の換層データや VIBROSEIS 法による反射探査、そして自然地震を用いた散乱や減衰の解析から、地下深部でもかなりランダムな不均質性が強いという事が、事実としてやっと認識される段階に入ったと言えよう。実際の地球内部の不均質構造は、三次元的に一樣かつ等方というよりは、地域によってその強さは異なり (非一樣)、深さ方向と水平方向では相関距離に違いがある (非等方) ののではないだろうか？ これらの性質を、テクトニクスとの関連において調べていくことが、地球物理学上の今後の大きな仕事として残されている。

#### 5. あとがき

本小稿は、「地震学における統計数理モデル研究会」(昭和 60 年度統計数理研究所共同研究 60-共会-34) において発表したものに、一部加筆したものである。換層データをもとにした確率密度関数や自己相関関数の図は、国立防災科学技術センター木下繁夫氏によるものであり、記して感謝の意を表す。

#### 参 考 文 献

- 木下繁夫 (1986). 深層井観測に基づく首都圏堆積層の地震応答特性推定, 国立防災科学技術センター研究報告, **38**, 25-145.
- コズロフスキー, イェ (1985). 世界最深の井戸で地殻を探る, サイエンス, **2**月号, 82-90.
- Nevskiy, M.V. and Riznichenko, O. Yu. (1979). Scattering of seismic waves in the upper part of the crystalline basement, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, **15**, 178-185.
- Sato, H. (1979). Wave propagation in one dimensional inhomogeneous elastic media, *J. Phys. Earth*, **27**, 455-466.
- Sato, H. (1984). Attenuation and envelope formation of three-component seismograms of small local earthquakes in randomly inhomogeneous lithosphere, *J. Geophys. Res.*, **89**, 1221-1241.
- 佐藤春夫 (1984). リソスフェアにおける地震波の散乱と減衰, 国立防災科学技術センター研究報告, **33**, 101-186.
- 島村英紀 (1983). 地球でいちばん深い穴, 自然, **11**月号, 36-37.
- Schilt, S., Oliver, J., Brown, L., Kaufman, S., Albaugh, D., Brewer, J., Cook, F., Jensen, L., Krumhansl, P., Long G. and Steiner, D. (1979). The heterogeneity of the continental crust: results from deep crustal reflection profiling using the VIBROSEIS technique. *Rev. Geophys. Space Phys.*,

- 17, 354-368.
- 鈴木宏芳・池田隆司・御子柴正・木下繁夫・佐藤春夫・高橋 博 (1981). 関東・東海地域における孔井検層資料集, 防災科学技術資料, **65**, 1-162.
- Tatarsky, V.I. (1961). *Wave Propagation in a Turbulent Medium*, translated by R.A. Silverman, New York, McGraw-Hill, p. 18.
- Wu, R.S. (1982). Attenuation of short period seismic waves due to scattering, *Geophys. Res. Letter*, **9**, 9-12.
- 山水史生・高橋 博・後藤典俊・太田 裕 (1981). やや深い構造の S 波速度 (III), 地震, **34**, 465-479.

Statistical Representation of the Inhomogeneous  
Structure under the Ground  
— Randomly Inhomogeneous Elastic Structure  
Inferred from Well Log Data —

Haruo Sato

(National Research Center for Disaster Prevention)

Inhomogeneous structure of the earth plays an important role in the earthquake process, which is a rapid stress relaxation by fracturing, and the seismic wave scattering. Direct precise measurements of the inhomogeneities are possible only in drilled boreholes. Characteristics of the randomly inhomogeneous elastic structure are statistically well described by the probability density function and the auto-correlation function of the fractional fluctuation of the well log data. The P-wave velocity logs and the density logs at three deep boreholes around Tokyo were precisely examined. The von Karman-type was found to be preferable to the Gaussian-type for the auto-correlation function.