非ガウスフィルターのガウス和近似

北川 源四郎

非定常あるいは非線形システムの解析において非ガウス型フィルターが強力な手段となる．低次元のシステムに対しては確率分布を数値的に表現することにより状態の条件つき分布の更新式を実際に計算することができる(Kitagawa, 1985)．しかし，高次元のシステムに対しては計算量の点から何らかのパラメトリックな近似が必要となる．

ここでは，線形非ガウスシステム

$$x_n = Fx_{n-1} + Gv_n \quad (1)$$
$$y_n = Hx_n + w_n$$

においてシステム雑音 v_n および観測雑音 w_n の分布が

$$p_v(x) = \sum \alpha_i \varphi(x\,;\,\mu_i,\ Q_i) \quad (2)$$
$$p_w(x) = \sum \beta_i \varphi(x\,;\,\xi_i,\ \sigma_i^2)$$

と表わされているものとする．ただし，φ は正規密度関数．このとき，条件つき分布 $p(x_n \mid Y_{n-1})$, $p(x_n \mid Y_n)$ をそれぞれ

$$p(x_n \mid Y_{n-1}) = \sum \nu_i \varphi(x\,;\,x^i_{n|n-1},\ V^i_{n|n-1}) \quad (3)$$
$$p(x_n \mid Y_n) = \sum \delta_i \varphi(x\,;\,x^i_{n|n},\ V^i_{n|n})$$

と表現してみる．状態ベクトルの初期分布がガウス和で表現できる場合には，十分大きな項数を用いれば(3)の表現は厳密である．しかし，その必要な項数は n とともに爆発的に増大するので実際に計算するのは不可能に近い．この非ガウスフィルターを近似的に実現する方法として，各時点でより少ない項数のガウス和で近似しなおすことが考えられる．そのためには分布間の距離が最小となる様に定めればよいが，これを忠実に実行するのでは近似的な方法を用いる意味が失われる．

一つの方法として各成分分布間の近さを

$$D(p_i,\ p_j) = I(p_i\,;\,p_j) + I(p_j\,;\,p_i) \quad (4)$$

($I(p_i\,;\,p_j)$ は KL 情報量) で評価し，いちばん近い二つの分布を一つの分布で近似しなおしてみた．この方法を繰返せば，どの時点でもガウス和の項数を一定数以下にすることができるので，実用的な非ガウス型フィルターが実現できる．とくに，その個数を1とすると，分散を自動的に調整する一種のガウス型適応フィルターになる．

参考文献

G. Kitagawa (1985). Non-Gaussian smoothness prior modeling of nonstationary time series, Research Memorandom No. **290**.

急性白血病患者の病態予測

田村 義保

急性白血病患者の病態を予測するベイズ型モデルについて考える．急性白血病は，白血球系細胞が未成熟な状態のまま，骨髄や抹梢血中に増殖する疾患で，その他の正常な血液細胞の増殖や分化が抑制される．白血病細胞の産生機構のコンパートメントモデルを図1に示す．急性白血病は，休止期にとどまる細胞数が増大し，正常白血球の産生を阻害するような病気である．薬剤を投与することにより，白血

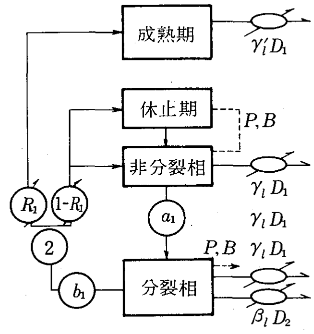

図1.　白血病細胞産生機構

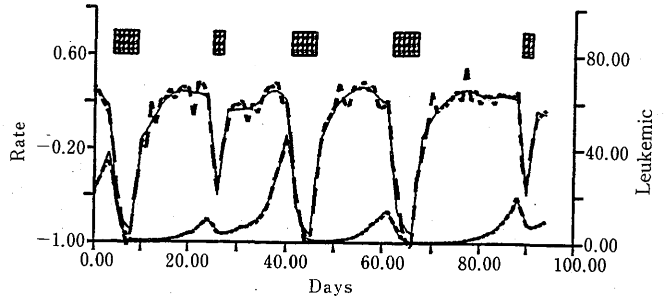

図2.　解析例

病細胞を無くし，かつ正常白血球数を回復させる治療が行われている．ここでは，一種類の薬剤が投与された場合の白血病細胞数の変化を予測するモデルについて説明する．

白血病細胞数（$10^2/\mu\ell$）: $x_i \; i=0, 1, \cdots, n$
投薬データ（mg）　　: $z_i \; i=0, 1, \cdots, n$

とする．この時，$y_i=\ln(x_i/x_{i-1})$ が次のように書けると仮定する．

$$y_i=t_i+b_0z_i+b_1z_{i-1}+\cdots+b_kz_{i-k}+\varepsilon_i$$
$$t_i=2t_{i-1}-t_{i-2}+\eta_i$$

ただし，$\varepsilon_i\sim N(0, \sigma^2)$, $\eta_i\sim N(0, \sigma^2/w^2)$ である．b_i が薬の効果を表すパラメタである．データ分布 $L(t, b, \sigma^2)$, 事前分布 $\prod(t\,|\,w^2, t_{-1}, t_0)$ は，

$$L(t, b, \sigma^2)=\prod_{i=0}^{n}(1/2\pi\sigma^2)^{1/2}\exp\{-|y_i-t_i-\sum_{l=0}^{k}b_lz_l|^2/2\sigma^2\}$$
$$\prod(t\,|\,w^2, t_{-1}, t_0)=(w^2/2\pi\sigma^2)^{n/2}\exp\{-w^2\sum_{i=1}^{n}|t_i-2t_{i-1}+t_{i-2}|^2/2\sigma^2\}$$

で与えられる．これらから ABIC を求め，ABIC の値が最小になるように，k, b, t_0, t_{-1}, w^2 を決めればよい．図2（実線：推定値，破線：データ）に解析例を示す．

降雨確率の推定について

石　黒　真木夫

1.　ある事象の生起確率 p が，変数 x の値に依存する場合に x に対する確率の関数関係 $p(x)$ を推定するベイズ手法を [1, 2] で提案した．この手法を発展させる形で（気象の）確率予報，つまり降水確率の予測やその降水が雨になるのか雪になるのかの予測等，に有効な新しい方法が得られる．

2.　気象予測の分野における確率予報の手法として力学的モデルに基づいた数値予測を利用する方法が使われている．大別すると Perfect Prog Method（PPM）と Model Output Statistics（MOS）とよばれる二つの方法があるがいずれの方法にせよ，力学的なモデルにだけ頼って目的とする確率を導き出すことは出来ない．力学的モデルの出す数値予測の結果を実際の降雨に結び付ける部分には統計モデルを援用しなければならない．