歯科疾患実態調査データのコウホート分析

中　村　　　隆

歯科疾患実態調査（厚生省）は，過去5回（昭和32, 38, 44, 50, 56年）実施されており，歯科疾患の実態を捉える上で貴重な情報源となっている．このような継続調査データを，調査時点間の単なる比較ではなく，全体を結びつけながら分析する方法があれば，蓄積された情報の価値はさらに高まる．

コウホート分析は，継続調査データ全体から年齢・時代・世代（コウホート）効果を分離する方法である．この方法を歯科疾患実態調査データに適用することは，歯学の分野における新しい知見を得るのに有力であるばかりでなく，人に記録されている歴史を見るという点でも興味深い．

ところが，調査間隔6年，年齢区分幅5歳という歯科疾患実態調査データの形式が，コウホート分析自体の抱える3効果が分離できないという識別問題とあいまって，これまで有効な分析を阻んでいた．これらの問題に対処するため，パラメータの漸進的変化の条件を取り込んだベイズ型コウホートモデルを基盤に，オーバーラップするコウホート区分を設定することによって，歯科疾患実態調査データの分析を可能とした．

現在，歯科疾患実態調査のデータベース化を進めながら，乳歯・永久歯の男女別歯種別齲蝕率の等計量線図の作成およびコウホート分析を行なっている．

ここでは，永久歯中最も齲蝕罹患率の高い下顎第1大臼歯についてのコウホート分析結果について述べる．齲蝕率に対して年齢・時代・コウホート効果を分離した結果は，齲蝕の疫学における常識と概ね一致するものであった．

時代的には，齲蝕は漸増傾向にある．世代的には，昭和10年代生まれのコウホートで齲蝕が相対的に少なく，戦後生まれで齲蝕率が漸次高まり，昭和30年代後半生まれでピークを迎え，以後は減少に転じている．このコウホート効果の動きを見ると，第二次世界大戦や戦後の高度経済成長の影響が歯に記録されているかのようである．年齢的には，性差が認められる．10歳代前半まで急速に増加すること，40歳代以降にまた増加が始まることは男女で同じであるが，思春期以降，男はほぼ安定期となるのに対し，女では増加が続く，という傾向が違っている．

なお，本研究は，統計数理研究所個別共同研究85-35（中村，那須，鎌倉）によるものである．

統計データ解析センター

LU分解の誤差の事後評価と反復改良法

田　辺　國　士

正則行例 A のすべての主座小行列が正則のとき，対角成分がすべて1の下三角行列 L と上三角行列 U で

$$A = LU \tag{1}$$

となるものが一意的に存在する．この分解（LU 分解）は連立一次方程式 $Ax=b$ の数値解法の基礎である．(1)を実際に数値計算するアルゴリズムは数多くあるが，ガウス消去法が最も優れていることは良く知られている．

ここでは，LU 分解を遂次近似的に求める方法を与える．

行列 L, U の近似行列をそれぞれ L_0, U_0 とするとき，次の反復公式で行列の系列 $\{L_k\}$ $\{U_k\}$ を生成する．

アルゴリズム：

1．$R_k=A-L_kU_k$ を計算する．

2．方程式

$L_k(\Delta U)+(\Delta L)\,U_k=R_k$ を ΔU，ΔL について解く．ただし ΔU は上三角行列，ΔL は対角成分が0の下三角行列．

3．
$$L_{k+1}=L_k+\Delta L$$
$$U_{k+1}=U_k+\Delta U$$

とおく．

このとき

$$E_k\equiv L_k^{-1}\,R_k\,U_k^{-1}$$

とおくと次の定理が成立する．

定理

$\|E_0\|<\frac{1}{2}$ ならばこのアルゴリズムで生成される L_k，U_k は L，U にそれぞれ2次収束する．またその誤差について次の不等式が成立する．

$$\|L_k-L\|\leqq\frac{2(2\|E_0\|)^{2^k}}{1-2\|E_0\|}\|L_0\|$$
$$\|U_k-U\|\leqq\frac{2(2\|E_0\|)^{2^k}}{1-2\|\|E_0\|}\|U_0\|.$$

とくに，近似的分解 L_0，U_0 にたいする事後評価，

$$\|L_0-L\|\leqq\frac{2\|E_0\|}{1-2\|E_0\|}\|L_0\|$$
$$\|U_0-U\|\leqq\frac{2\|E_0\|}{1-2\|E_0\|}\|L_0\|$$

が成立する．ただし行列ノルム $\|B\|$ は

$$\|B\|_1\equiv\max_j\sum_i|b_{ij}|$$
$$\|B\|_\infty\equiv\max_i\sum_j|b_{ij}|$$
$$\|B\|_F\equiv(\mathrm{trace}\ B^tB)^{\frac{1}{2}}$$

のいずれかとする．

このアルゴリズムは演算量においてガウス消去法に劣るが，ガウス消去法で得られた近似的分解 L_0U_0 の反復改良法として用いるならば，より高精度の分解が得られる．

統計分布論における数式処理

仁 木 直 人

計算機を用いた数値計算が広い範囲の科学技術研究に今や不可欠となっているように，同じく計算機による数式処理もなくてはならぬ道具となりつつある．

統計の分野では，確率分布の正規近似の精密化とでも言うべき Edgeworth 展開，Cornish-Fisher 展開への応用が行われ，すでに標本相関係数[1)]および正値二次形式[2)]について成果が発表されている．また，その方法に関する解説[3)4)]も公表され，総合報告[5)]も準備中である．

数式処理が可能にした高次漸近展開では，一種の振動現象が起き，分布の良い近似が得られないことが問題であった．その原因と有効な対策（変換により歪度の漸近的性質を改善する）は最早あきらかに