参 考 文 献

1) 松下 貢 (1985). 数理科学, **267**, 45.
2) T.A. Witten and L.M. Sander (1981). *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1400.
3) T.A. Witten and L.M. Sander (1983). *Phys. Rev.* B**27**, 5686.
4) P. Meakin (1983). *Phys. Rev.,* A**27**, 604, 1495.
5) P. Meakin (1983). *Phys. Rev.,* A**27**, 2616.
6) Z. Rácz and T. Vicsek (1983). *Phys. Rev. Lett.,* **51**, 2382.
7) M. Matsushita, M. Sano, Y. Hayakawa, H. Honjo and Y. Sawada (1984). *Phys. Rev. Lett.,* **53**, 286; 松下 貢, 早川美徳, 沢田康次 (1984). 固体物理, **19**, 789.
8) M. Matsushita, Y. Hayakawa and Y. Sawada (1985). *Phys. Rev.,* A**32**, 3814.
9) M. Tokuyama and K. Kawasaki (1984). *Phys. Lett.,* **100A**, 337.
10) M. Muthukumar (1983). *Phys. Rev. Lett.,* **50**, 839.
11) K. Honda, H. Toyoki and M. Matsushita (1986). *J. Phys. Soc. Jpn.,* **55**, No. 3.
12) P. Meakin (1984). *Phys. Rev.,* B**30**, 4207.

乱流と渦分布の統計処理

東京農工大学 高 木 隆 司

不規則さを含む流れ，すなわち乱流を記述するために，渦の分布によって流れの場を表わすことがしばしば行われる．渦とは，流速の分布を $\boldsymbol{u}(x, y, z, t)$ とすると，渦度 $\boldsymbol{\omega}=\mathrm{rot}\ \boldsymbol{u}$ が空間的に局在しているような流れを指す．流れの支配方程式から，個々の渦の強さが保存されることが導びかれるので(ヘルムホルツの渦定理)，乱流は一定の強さをもつ渦の集団の乱雑な配置と見なすことができる．本報告は，乱流のうちでも特に2次元的な乱流を点状の渦の集合で表わして，その時間発展を計算した最近の研究についての中間報告である．なお，乱流全般に関する解説として文献 (1) を挙げておく．

強さ k_i, 位置$(x_i(t), y_i(t))$を持つ N 個の渦点が2次元の無限空間内に分布しているとする．その後の各渦点の位置は

$$k_i\dot{x}_i=\frac{\partial H}{\partial y_i},\ k_i\dot{y}_i=-\frac{\partial H}{\partial x_i},\ H=-\frac{1}{4\pi}\sum_{i<j}k_ik_j\ln r_{ij},$$
$$r_{ij}^2=(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2$$

で一意的に与えられる．渦点集合全体を特徴づける保存量として，渦の重心，分散，角運動量，エネルギー (H と関連している) が知られている (文献 (2))．また，点分布の乱雑さを表わすパラメターとして，配位温度 θ (文献 (4)) やオンザーガーによる温度 (文献 (4)) が提案されている．θ は次式で定義される．

$$\theta=\prod_{i<j}r^2/r_{ij}^2,\qquad r^2=\sum_{i,j}r_{ij}^2/N(N-1).$$

一方，オンザーガーの温度は，通常の温度と数学形式上類似しているが，その数値を評価するのは容易でないのでここでは考慮しない．ところで，乱れを特徴づけるパラメターとして，フラクタル次元もあるが，これは流体力学の研究上今まであまり考慮されてこなかった (例外は文献 (5))．連続な渦度分布では，エンストロフィーと呼ばれる量 Q

$$Q=\iint|\omega|^2dA$$

が，渦分布の偏りを示し，同時にエネルギー散逸の程度をも表わす.

本研究では，上記のハミルトン形式に従って渦点の運動を数値計算によって求め，各時間ステップで上記の保存量を確認しながら，配位温度 θ, フラクタル次元 D, およびエンストロフィー Q を求め，これらの間の相関を調べる．それによって，これらのパラメターの物理的意味をさぐる手がかりにすることが目的である.

数値計算は，次の4つの初期条件について行った.

1. 正方形の領域内に800個の同じ強さ，同じ向きの渦を一様な平均密度で乱雑に配置する（一様に配置と呼ぶ）.
2. 正方形の領域内に，500個の同じ強さ，同じ向の渦，および500個の同じ強さ逆向きの渦をそれぞれ一様に配置する（オーバーラップしている）.
3. 1:100の辺の長方形領域内に，1000個の同じ強さ，同じ向きの渦を一様に配置する.
4. 3.の長方形を上下2層に分け，互いに逆向きの渦を500個ずつ一様に配置する.

計算のスキームはルンゲ・クッタ・ジル法に基いている．計算のステップはいずれも約20であった．通常の粒子動力学における計算に比べて，ステップ数がはるかに少ないが，それでも，集団全体にわたる変化が観察された．その理由は，上記ハミルトン形式による力が，r^{-1} に比例する長距離力であるためである.

計算結果によれば，理論上の保存量はいずれの場合も十分な精度で保存し，1., 3., 4. の場合は θ も保存した（1. と 3. の場合は，θ が保存することは理論的に導ける）．2. では，θ が単調に増加した．1., 2., 3. の場合について，D と Q は時間的に変動したが，これらは常に逆の相関があった．Q が大きいと渦は局在する程度がより強くなり，点分布の次元は下がるので，この結果は妥当である．なお，1., 2. では $D\sim1.8$, 3., 4. では $D\sim1.0$ になった.

渦点の集合は，明確な動力学によって発展していくので，フラクタル次元，配位温度，エンストロフィーなどのパラメターの物理的意味を考察するのに好都合である．将来，3次元の渦運動への拡張も含めて，渦運動の研究におけるこれらのパラメターの役割が解明されることが望まれる.

なお，本研究は，東京農工大学大学院生の内海正樹君の学部卒業研究として行われたものである.

参 考 文 献

(1) T. Tatsumi (1980). Theory of Homogeneous Turbulence, *Adv. Appl. Mech.,* **20**, 39.
(2) H. Aref (1983). Integrable, Chaotic and Turbulent Vortex Motion in Two-dimensional Flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.,* **15**, 345.
(3) E.A. Novikov and Y.B. Sedov(1979). Stochastization of Vortices, *JETP Lett.,* **29**, 677.
(4) L. Onsager (1949). Statistical Hydrodynamics, *Nuovo Cimento. Suppl.,* **6**, 279.
(5) U. Frisch, P.L. Sulem and M. Nelkin (1978). A Simple Dynamical Model of Intermittent Fully Developed Turbulence, *J. Fluid Mech.,* **87**, 719.