

ベイズ型季節調整プログラム BAYSEA

統計数理研究所 石 黒 真木 夫

(1986年10月 受付)

1. はじめに

BAYSEA (BAYesian SEasonal Adjustment program) は Akaike (1980) によるベイズモデルに基づく季節調整のアイデアを計算機プログラムとして実現したものであり、最初 Akaike and Ishiguro (1980) によって発表され、続いて 1985 年に改良版が TIMSAC-84 (Akaike et al.) に納められた。

1980 年版と 1985 年版の違いは本質的なものではなく、計算法の改良によって処理速度を上げたことと、推定値の誤差幅を出力するようにしたのが主な改良点である。

この論文の目的は、BAYSEA の原理を解説し、実例によってその使用法を説明することである。

以下、次の節でベイズ型季節調整を解説し、第3節と第4節にプログラムの概要の説明と使用例を与える。最後に付録として種々の制御変数の概略の説明、データ入力方法、プログラム使用に当たってのヒントなどを参照しやすい形にまとめた。

2. ベイズ型季節調整

季節調整の目的は与えられた時系列 $\{y_i\}$ を「トレンド成分」 $\{T_i\}$ 、「季節変動成分」 $\{S_i\}$ および「不規則成分」 $\{I_i\}$ の和の形、

$$y_i = T_i + S_i + I_i \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

あるいは積の形、

$$y_i = T_i \times S_i \times I_i$$

に分解することである。このための道具として広く使われているプログラムにアメリカ合衆国センサス局で開発された X-11 が有名である。

X-11 は移動平均法に基づくプログラムである。移動平均法自体は簡便であるが、これを複雑に組み合わせた X-11 の構造は難解で、様々な相貌を示す広範囲のデータに対応するためのプログラムの変更が困難であった。

Akaike (1980) は、トレンド成分と季節変動成分の階差、

$$\Delta T_i = T_i - T_{i-1}$$

$$\Delta_{12} S_i = S_i - S_{i-12}$$

$$\Delta^0 T_i = T_i, \Delta_{12}^0 S_i = S_i$$

$$\Delta^k T_i = \Delta(\Delta^{k-1} T_i), \Delta_{12}^k S_i = \Delta_{12}(\Delta_{12}^{k-1} S_i)$$

の間に

$$\begin{aligned}\Delta^k T_i &= 0 \\ \Delta_{12}^l S_i &= 0 \\ I_i &= 0\end{aligned}$$

および

$$\sum_{j=0}^{11} S_{i-j} = 0$$

が「近似的」に成立するように分解できれば季節調整の目的が達せられることに着目して、加法型への分解の問題を、

$$(2.1) \quad \sum_{i=1}^N (y_i - T_i - S_i)^2 + u^2 \sum_{i=1}^N (\Delta^k T_i)^2 + v^2 \sum_{i=1}^N (\Delta_{12}^l S_i)^2 + w^2 \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=0}^{11} S_{i-j} \right)^2$$

の最小化に帰着させた。ここで T_0, T_{-1}, \dots は定数 T_* ($= T_1, T_2, \dots, T_{12}$ の平均値), S_0, S_{-1}, \dots は 0 である。

(2.1) 式において各項の重みづけをする u^2, v^2 および w^2 の設定が重要である。

- (a) u^2 を大きくすることによって滑らかなトレンドが得られる。
- (b) v^2 を大きくすることによって安定した季節変動パターンが得られる。
- (c) w^2 を大きくすることによって季節変動分の移動平均を 0 に近く保つことが出来る。

ここで I_i の分散を σ^2 として、(2.1) 式を $-2\sigma^2$ で割ってから指数変換すると、

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (y_i - T_i - S_i)^2 \right\} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N [u^2 (\Delta^k T_i)^2 + v^2 (\Delta_{12}^l S_i)^2 + w^2 \left(\sum_{j=0}^{11} S_{i-j} \right)^2] \right\}$$

となる。ここで第 1 項は、正規化の定数を付け加えることによって、パラメータ T_i と S_i が与えられたときの y_i の分布を表現する密度関数

$$(2.2) \quad f(y | \theta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (y_i - T_i - S_i)^2 \right\}$$

と見なすことが出来る。ここで、

$$\begin{aligned}y &= (y_1, y_2, \dots, y_N) \\ \theta &= (T_1, T_2, \dots, T_N, S_1, S_2, \dots, S_N)\end{aligned}$$

である。

第 2 項にも正規化の定数を付け加えると、こちらは、パラメータ T_i と S_i の分布を表現する密度関数

$$(2.3) \quad \pi(\theta | k, l, u^2, v^2, w^2, \sigma^2) = C \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N [u^2 (\Delta^k T_i)^2 + v^2 (\Delta_{12}^l S_i)^2 + w^2 \left(\sum_{j=0}^{11} S_{i-j} \right)^2] \right\}$$

になっている。

(2.1)~(2.3) 式をベイズ理論の枠組みの中に置いてみると、(2.1) 式の最小化によって $\{T_i\}$ ・ $\{S_i\}$ の推定値を求めることは、 y の密度分布 (2.2) のパラメータ $\{T_i\}$ と $\{S_i\}$ に事前分布 (2.3)

を仮定して推定していることにほかならない。(2.1)式の最小化は「事後分布」のモードを求めることに対応している。

この解釈のもとで u^2 , v^2 及び w^2 の決定は事前分布の形を決めるパラメータの決定の問題になる。これらは、パラメータ $\{T_i\} \cdot \{S_i\}$ の分布のパラメータであるので、以後超パラメータと呼ぶことにする。

Akaike (1980) は通常のパラメトリックモデルを評価するための情報量基準 AIC を一般化した。

$$ABIC = -2 \ln \int f(y | \theta, \sigma^2) \pi(\theta | k, l, u^2, v^2, w^2, \sigma^2) d\theta$$

の最小化によって超パラメータを決める方法を提案した。ABIC はベイズモデルのあてはまりの悪さを示す量であり、この値が小さいほど良いベイズモデルということになる。

3. FORTRAN プログラム BAYSEA

3.1 BAYSEA をコントロールする変数

ベイズ型季節調整法を FORTRAN プログラムとして表現したのが BAYSEA である。BAYSEA においては、前節の記号で u, v および w で表される超パラメータが DD, RIGID 及び ZERSUM と名付けられた 3 つの変数によって制御される。これらの制御変数と超パラメータの関係は、

$$\begin{aligned} u &= DD / RIGID \\ v &= DD \\ w &= \frac{DD \times ZERSUM \times RIGID}{\sqrt{PERIOD}} \end{aligned}$$

で与えられる。ここで、

$$PERIOD = \text{データの周期 (月次データなら 12, 四半期データなら 4)}$$

である。この変換はプログラムの制御を容易にするためのものである。

RIGID によってトレンド成分と季節変動成分の間の振り分けが、DD によって不規則変動成分とそれ以外の成分の間の振り分けがコントロールされる。ZERSUM はほとんどいじる必要がない。

RIGID を与えると、これに対応する最適な DD をプログラムが探索するようになっているので実質的にユーザーが関与して決めなくてはならないのは 3 つの制御変数のうちでただ一つ RIGID だけである。ここまで含めて自動化することも可能であるが、結果を見ながら会話的に処理を進める方が効率的なデータ処理が出来るので、ここはユーザーの手に残されている。

このプログラムを使って数百ヶ月分のデータを一度に処理することが出来るが、データを短い区間に区切って解析するのが標準的な方法にしてある。これは、時期によって最適な DD の値が異なる場合が多いからである。このための制御変数が SPAN と SHIFT であり、SPAN がデータの全長より短く設定されると

$$SPAN \times PERIOD$$

の長さの区間のデータを処理しては、

$$SHIFT \times PERIOD$$

だけデータをずらして同じことを繰り返すようになっている。ただしデータの最初の部分だけは区間を長くして、

$$(\text{SPAN} \times 2 - 1) \times \text{PERIOD}$$

とする。たとえば、12年分の月次データを処理するに当たって、SPAN と SHIFT のそれぞれのデフォルト値でもある4と1に設定すると、

- (1) TH SPAN : HEAD= 1 TAIL= 84
- (2) TH SPAN : HEAD=49 TAIL= 96
- (3) TH SPAN : HEAD=61 TAIL=108
- (4) TH SPAN : HEAD=73 TAIL=120
- (5) TH SPAN : HEAD=85 TAIL=132
- (6) TH SPAN : HEAD=97 TAIL=144

となる。区間が互いに重なりあっているのに注意されたい。この場合、たとえば7年目(73カ月目から84カ月目にかけて)のデータは4回処理されてトレンドと季節成分の推定値が4通り得られることになる。この様な場合最終的な推定値として保存されるのは最後の推定値である。

なお、最初の区間の推定値を求めるにあたっては前節で触れたように $T_0, T_{-1}, T_{-2}, \dots = T_*$, $S_0, S_{-1}, \dots = 0$ と置くが、2番目以降の区間を処理するにあたっては、前の区間の推定値を用いるようになっている。

この様に、データをいくつかの区間に分けて処理する場合には、各区間毎の ABIC 値が得られるので、それらを「平均」した平均 ABIC

$$\text{AVABIC} = \frac{\sum \text{ABIC}_i}{\sum N_i} \times N$$

で全体としての結果を評価することにする。ここで N_i と ABIC_i はそれぞれ i 番目の区間の長さとその区間における ABIC の値、 \sum は区間に亙る和を表す、 N はデータ全体の長さである。

ほかにもプログラムを制御するためのパラメータがあるが、それらの意味及び具体的な記述法に関しては付録にゆずって、ここでは以上の外に

ORDER = 前節の k , トレンドの階差の次数

SORDER = 前節の l , 季節変動成分の階差の次数

もユーザーが指定できることだけ注意しておく。

3.2 オプション

A. 乗算型の分解

制御変数 LOGT=1 と設定することによってデータを乗算型に分解することができる。BAYSEA による乗算型の分解は原系列の対数をとって加算型に分解した結果を指数変換してもとめるのでトレンドは移動幾何平均の性格を備えている。移動(算術)平均として求められる X-11 のトレンドと性格が違う点に注意する必要がある。算術平均と幾何平均の間に一般的に成り立つ不等関係から予想されるように、BAYSEA によって推定されるトレンドは X-11 によるものにくらべて低目にでる(季節変動の顕著な系列ほど大きく離れる)。当然のことながら BAYSEA で得られるトレンドは原系列のレベル(という言葉を移動平均と解釈すれば)とは一致しない。この点に注意をはらって大局的な動向を掴むための指標として利用されたい。

B. 曜日調整

制御変数 YEAR の指定により，月次データを

$$(3.1) \quad y_i = T_i + S_i + I_i + TD_i$$

の形に分解することによって曜日調整ができる．ここで d_{ij} = 第 i 月に含まれる j 曜日の数， $\{w_j\}$ を推定すべき各曜日からの寄与の係数，として

$$TD_i = \sum_{j=1}^7 (d_{ij} - 4.348)w_j$$

である．4.348 はある曜日が 1 ケ月のうちに現われる回数の平均値である．

4. 数値例：百貨店売上高のデータの解析

図 1 に 1953 年 1 月にはじまる 319 ケ月間の日本における百貨店売上高のデータを示す．まずすべてのパラメータをデフォルト値のままにして解析すると

$$AVABIC = 2950.84$$

となる．319 ケ月分のデータを (SPAN, SHIFT) = (4, 1) の設定で解析したのでスパンの数は 21 箇になるが，その全てのスパンで

**** D IS HITTING THE LOWER BOUND 0.10000D+01 (*)
TRY HIGHER VALUES OF ORDER AND/OR SORDER

のメッセージが出て，パラメータの設定が悪いことを示す．季節変動成分のグラフの最初と最後の部分を見ると，図 2 に示すようにデータの初めと終わりでは，季節変動パターンの中が全く異なっていることから明らかなように，SORDER = 1 では，季節変動成分の変化を追いきれなかったのである．

原データを見ると，このデータは年を追ってトレンドが上昇するとともに季節変動が大きくなる，典型的に乗法型の分解が適したデータである．しかし，加法型のままで

```
&PARAM
SORDER=2,
&END
```

として見ると

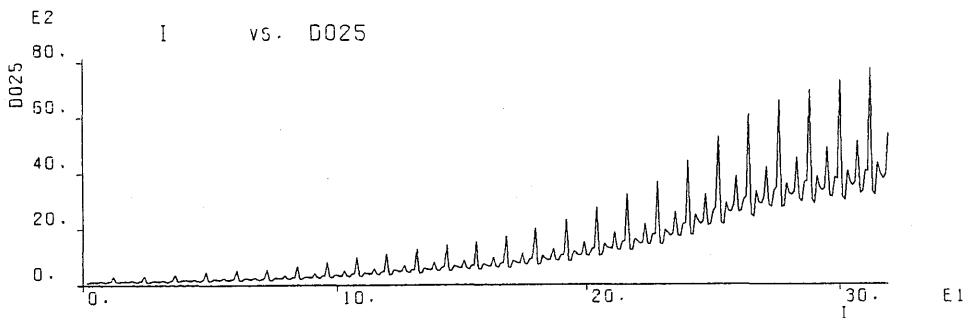


図 1. 百貨店売上高 (1953 年 1 月～)

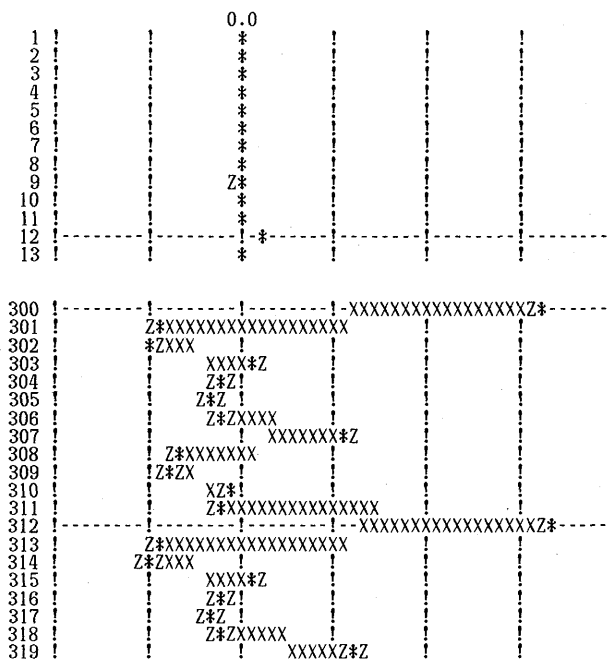


図2. 百貨店売上高の季節変動

$$AVABIC = 2372.46$$

と、ABICの値は下がったが、13箇所で(*)が出る。次に

```
&PARAM
LOGT=1,
&END
```

として乗法型で、分解してみると

$$AVABIC = 2578.11$$

となって(*)のメッセージは1箇所もでないが、ABICの値はかえって大きい。ただし、図3に示すように季節変動成分の最初と最後がほぼ同じパターンとなって、乗法型の方が安定した季節成分が抽出されることが明らかである。

不規則成分の推定値のスペクトルを見ると、図4に明らかなようにまだ季節周期が残っている。ここで左端の数がmの位置は周波数m/120(サイクル/月)の位置を示す。

そこで今度はSORDER=2とLOGT=1の組み合わせを試みるために、

```
&PARAM
SORDER=2,
LOGT=1,
&END
```

とすると、(*)のメッセージは1箇所もでないがABICの値は

$$AVABIC = 2528.39$$

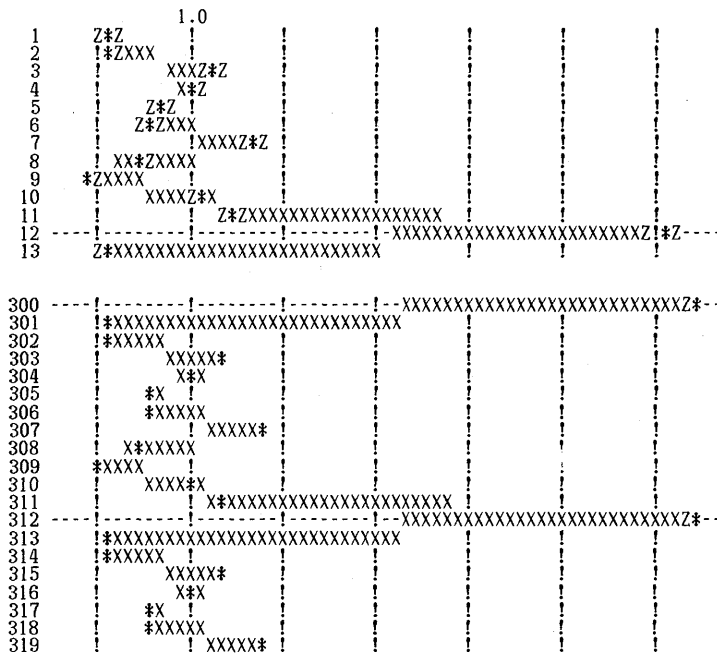


図 3. 百貨店売上高の季節変動（乗法型分解の場合）

であり、少ししか下がらない。スペクトルを見ると、相変わらず周期成分が残っている。そこで更に

```
&PARAM
ORDER=2,
LOGT=1, RIGID=0.25,
&END
```

と RIGID の値を下げて見ると、

$$AVABIC=1927.48$$

と、ABIC の値が圧倒的に良くなり、(*) も 1 箇所もでない。

図 5 に示すように、スペクトルもいい形をしている。季節変動の周期の所で少しレベルが下がるぐらいが丁度いいのである。

ここで 0.348 (サイクル/月) つまり 42/120 (サイクル/月) の位置にピークがあるのは曜日調整の必要性を暗示しているので、

```
&PARAM
ORDER=2,
LOGT=1, RIGID=0.25, YEAR=1953,
&END
```

として結果を見ると、

$$AVABIC=1896.63$$

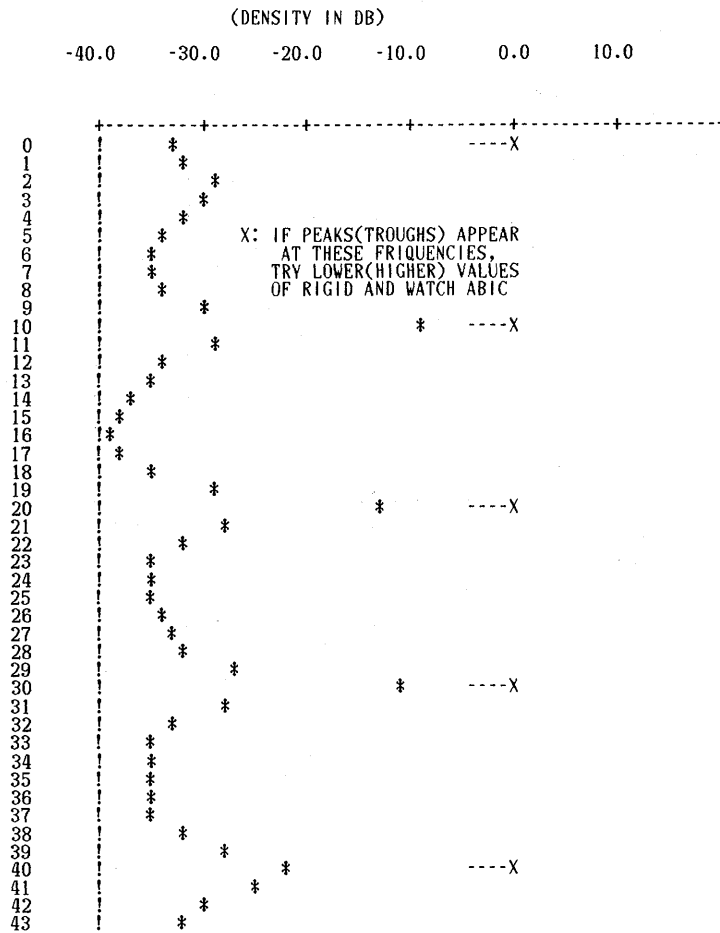


図4. 百貨店売上高(不規則成分)のパワースペクトル

と、ABICの値は更に良くなる。

スペクトルを見ると、図6のように42/120(サイクル/月)のピークがなくなっている。

最初の5区間における各曜日の曜日効果を表1に示す。表の数値は対数変換した原データに(3.1)式の形の分解をあてはめて得た $\{w_i\}$ の値を指数変換したものである。日曜日に売上が増える日本のデパートの特徴がとらえられている。

ちなみに、日本の鉱工業生産指数のデータは加法型で分解できて、その場合の各曜日の寄与の最初の3区間における推定値は、表2のようになる。日曜日(と水曜日)が指数を引き下げていることが明瞭である。

つぎに周期成分を含まないと予想される系列の解析例として、付録に収録した幼児のミルク消費量のデータ(1977年12月3日生まれの女児の誕生の翌日から離乳まで272日間の記録である)を解析してみる。

周期があるとすれば週の周期が疑われるので

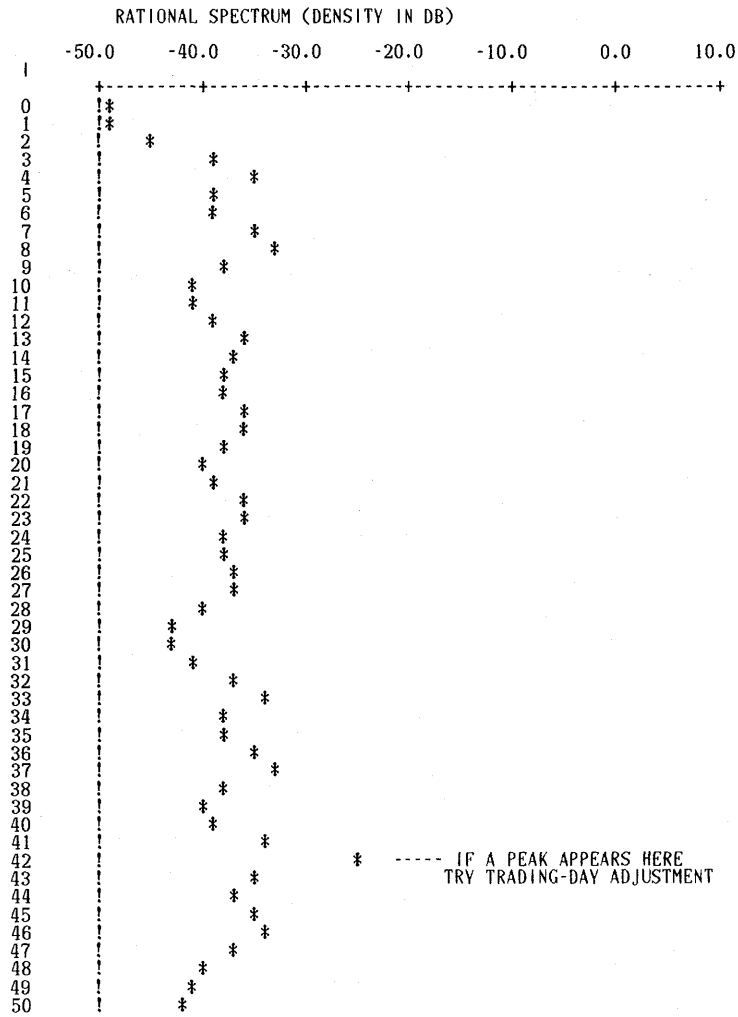


図5. 百貨店売上高（不規則成分）のスペクトル（RIGID小）

```
&PARAM
PERIOD=7, SPAN=1000,
&END
```

として解析すると、ABIC の値は、

$$AVABIC = 2399.11$$

と計算される。7日周期の成分の推定値は、図7のようになる。

1977年12月4日は、日曜日であるからこの結果は、土曜日と日曜日にいくらか消費量が減ることを示唆している。しかし周期性がないものとして、

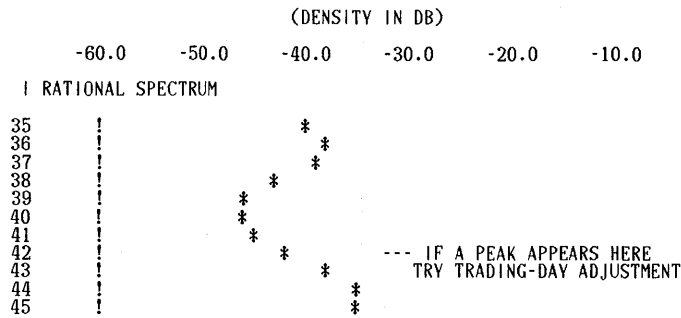


図6. 曜日調整の効果

表1. 百貨店売上高における曜日効果

SPAN	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT	SUN
1	1.002	1.007	0.990	0.998	0.997	0.990	1.017
2	0.998	1.007	0.993	0.994	0.998	0.995	1.017
3	1.000	0.999	1.001	0.989	1.003	0.994	1.011
4	1.005	0.998	1.006	0.986	1.005	0.997	1.007
5	1.001	0.996	1.004	0.987	0.998	1.001	1.014

表2. 鉱工業生産指数における曜日効果

SPAN	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT	SUN
1	-0.0432	0.1092	-0.1182	0.0987	-0.0157	0.0466	-0.0755
2	-0.0075	0.1153	-0.1023	0.1028	-0.0020	0.0166	-0.1179
3	-0.0540	0.1038	-0.0432	0.0189	0.0602	0.0028	-0.0937

1 ! ! Z*Z ! !
 2 ! ! Z*Z ! !
 3 ! ! Z*Z ! !
 4 ! ! Z*Z ! !
 5 ! ! Z*Z ! !
 6 ! ! *Z ! !
 7 !-----!----Z*Z-----!-----!

図7. ミルク消費量の7日周期変動

```
&PARAM
PERIOD=1, SPAN=1000,
&END
```

として解析してなおしてみると,

$$AVABIC=2382.84$$

と ABIC の値が下がる. 7日周期の存在を仮定することによってかえってモデルのフィットが

悪くなることが分かる。

他の周期を調べてみても

PERIOD=6 で AVABIC=2400.61,

PERIOD=8 で AVABIC=2388.71,

PERIOD=10 で AVABIC=2406.49

といずれも ABIC が大きい。このデータに周期性は認められないようである。

参 考 文 献

- Akaike, H. (1983). Likelihood and the Bayes procedure, in *Bayesian Statistics* (eds. Bernardo, J.M., De Groot, M.H., Lindley, D.U. and Smith, A.F.M.), University Press Valencia, Spain.
- Akaike, H. and Ishiguro, M. (1980). BAYSEA, A Bayesian Seasonal Adjustment Program, *Computer Science Monographs*, **13**, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
- Akaike, H. (1980). Seasonal adjustment by Bayesian modeling, *Journal of Time Series Analysis*, **1**, No. 1, 1-13.
- Akaike, H. and Ishiguro, M. (1983). Comparative Study of the X-11 and BAYSEA Procedure of Seasonal Adjustment, in *Applied Time Series Analysis of Economic Data*, U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census, 17-53.
- 石黒真木夫 (1981). ベイズ型季節調整モデル, 数理学, **213**, 57-61.
- Ishiguro, M. and Akaike, H. (1981). A Bayesian Approach to the Trading-Day Adjustment of Monthly Data, in *Time Series Analysis* (eds. Anderson, O.D. and Perryman, M.R.), North-Holland, 213-226.
- Akaike, H. et al. (1985). TIMSAC-84 Part 1 and 2, *Computer Science Monographs*, **22** and **23**, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.

[付録]

[BAYSEA の制御変数] (かっこの中はデフォルト値)

- LOGT (0): 加法型か乗法型かの区別, 1 で乗法型.
- MT (5): データ $\{y_i\}$ の置かれたファイルの機番.
- RLIM (0.0): 欠測値のマーク, 0 より大きな値を設定することによって, 絶対値がそれ以上に大きいデータを欠測値として扱う.
- PERIOD (12): データの周期
- SPAN (4): 1 回に, 処理する区間の長さを制御する. 3 節の説明を見よ.
- SHIFT (1): 同上
- FOCAST (0): トレンドと季節変動成分の予測値を計算する範囲
- ORDER (2): トレンド成分の階差の次数
- SORDER (1): 季節変動成分の階差の次数
- RIGID (1.0): 季節変動成分の「硬さ」を決めるパラメータ. 0.05~2.0 の範囲で動かす.
- YEAR (0): 最初のデータの属する年の西暦を設定することによって曜日調整が行なわれる. 0 で曜日調整なし.
- MONTH (1): 最初のデータの月. YEAR=0 の時は意味をもたない.
- WTRD (1.0): 曜日調整の強さを加減するためのパラメータ. 0 に近づけることによって, 曜日調整の効果が大きく表れる.
- IOUTD (0): 異常値処理を指定するには 1 とする.

- SPEC (1):トレンド成分と不規則成分のパワースペクトルの出力を制御するための変数, 不用なら0とする.
- PUNCH (0):カード出力を制御する変数, 必要があれば1.
- ZERSUM (1.0):3節の説明を見よ.

[制御変数の設定値を変える方法]

NAMELISTを使う. 例えば, ORDERを1としたければ

```
&PARAM
ORDER=1,
&END
```

とする. デフォルト値のままで良いパラメータに関しては何もしなくて良い.

[使用上のヒント]

- ABICの絶対値ではなく相対的な差(比ではなく)を見て1から2以上違っていればABICの値が小さい方のモデルがよいモデルと考えられる. 差が10程度以上であれば2つのモデルの間には格段の差があると考えてよい.
- SPANとSHIFTのとりかたはデータに依存して決めるべきである. 季節パタンやトレンドに急激な変化の含まれていない「おとなしい」データを処理するにあたってはある程度スパンを長くとったほうが信頼度の高い結果が得られるし, 計算時間も短くてすむ. これを裏返せばある程度変化の早い(すなわち, トレンドの勾配がきついというのではなく, トレンドが急に折れ曲がっているとか, 季節パタンが大幅に変化するという)場合にはSPANを小さくしなければならない. SHIFTはSPANより大きくない範囲で設定するが, 1にするのが安全である. 計算時間を短縮しておおざっぱな結果をみたいときにはSPANに等しくとってもよい.
- トレンド(の1階階差の)系列と残差系列のスペクトルをみて0.348(サイクル/月)の位置(スペクトルのラインプリンタ出力ではI=42の位置)にピークが出るときは, 曜日効果の存在が疑われる.
- メッセージ

```
****D IS HITTING THE LOWER BOUND 0.10000D+01
.....TRY HIGHER VALUES OF ORDER AND/OR SORDER
```

がいくつかの区間に出るのは問題ないが, 何回も出力されるようなら, SORDERの値を2にして見るか, RIGIDの値を小さくして見る. 両者を並用する必要がある場合もある.

[制御変数+データの与え方の例]

以下の例に示すように, 制御変数を設定するNAMELIST文のすぐ後に, タイトル(80A1), データ数(15), フォーマット(80A1), データの順に並べる. タイトルを含めてのデータ部分をファイルにしておいて, そのファイルの「機番」を制御変数MTで指定してもよい.

```
&PARAM
PERIOD=1,
SPAN=1000,
&END
MILK
272
(16F5.0)
```

40	60	210	200	170	430	400	405	350	465	440	470	445	525	570	580
440	710	660	610	650	660	690	650	665	670	530	660	530	775	690	560
700	630	700	690	610	645	670	690	685	785	655	745	630	820	695	710
550	715	715	730	780	670	750	685	790	620	715	695	645	710	735	890
765	670	765	790	805	665	770	885	660	715	615	705	840	655	810	670
815	675	765	455	820	770	945	800	705	685	620	605	740	715	965	750
790	920	610	725	740	690	755	860	740	785	760	815	785	810	915	830
730	775	705	710	745	740	755	650	700	665	705	790	835	580	735	725
720	680	675	665	700	580	685	650	610	665	560	425	550	445	500	445
445	550	420	440	445	460	460	410	440	440	450	465	505	560	550	550
500	500	520	530	460	495	475	540	500	545	540	550	500	445	500	495
355	385	325	350	365	505	315	310	410	385	420	400	380	390	420	420
320	410	305	270	380	350	400	345	410	345	315	395	350	390	420	440
370	400	440	445	455	430	430	460	470	370	450	390	480	480	470	455
430	455	225	350	450	385	330	445	460	465	460	420	480	475	455	420
445	425	435	340	355	385	450	465	350	330	440	465	290	420	480	360
420	400	380	155	440	440	395	320	180	250	240	400	200	330	360	370

Bayesian Seasonal Adjustment Program, BAYSEA

Makio Ishiguro

(The Institute of Statistical Mathematics)

A Bayesian seasonal adjustment program, BAYSEA, realizes the decomposition of a time series $\{y_i\}$ into the form

$$y_i = T_i + S_i + I_i + TD_i$$

where T_i , S_i , I_i and TD_i denote *Trend*, *Seasonal*, *Irregular* and *Trading-Day* components, respectively. The procedure is based on a Bayesian modeling and the criterion

$$ABIC = (-2) \log \text{maximum likelihood of the model}$$

is used for the comparison of models.

This paper describes operating procedures for running BAYSEA. It supplements the documentation contained in the source program in TIMSAC-84, describing features and providing a guide to selection of options and parameters with numerical examples.