

図1. 白血病細胞産生機構

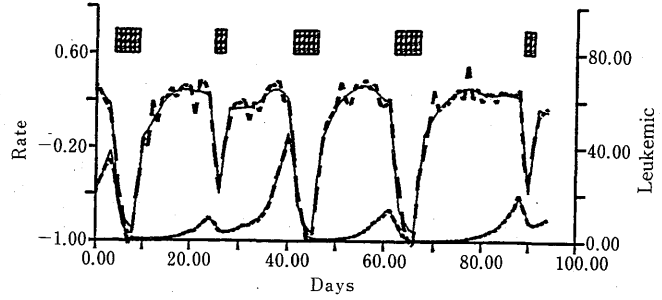


図2. 解析例

病細胞を無くし、かつ正常白血球数を回復させる治療が行われている。ここでは、一種類の薬剤が投与された場合の白血病細胞数の変化を予測するモデルについて説明する。

白血病細胞数 ($10^2/\mu\ell$): $x_i \ i=0, 1, \dots, n$
 投薬データ (mg) : $z_i \ i=0, 1, \dots, n$

とする。この時、 $y_i = \ln(x_i/x_{i-1})$ が次のように書けると仮定する。

$$y_i = t_i + b_0 z_i + b_1 z_{i-1} + \dots + b_k z_{i-k} + \varepsilon_i$$

$$t_i = 2t_{i-1} - t_{i-2} + \eta_i$$

ただし、 $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, $\eta_i \sim N(0, \sigma^2/w^2)$ である。 b_i が薬の効果を表すパラメタである。データ分布 $L(t, b, \sigma^2)$, 事前分布 $\Pi(t|w^2, t_{-1}, t_0)$ は、

$$L(t, b, \sigma^2) = \prod_{i=0}^n (1/2\pi\sigma^2)^{1/2} \exp\{-|y_i - t_i - \sum_{i=0}^k b_i z_i|^2 / 2\sigma^2\}$$

$$\Pi(t|w^2, t_{-1}, t_0) = (w^2/2\pi\sigma^2)^{n/2} \exp\{-w^2 \sum_{i=1}^n |t_i - 2t_{i-1} + t_{i-2}|^2 / 2\sigma^2\}$$

与えられる。これらから ABIC を求め、ABIC の値が最小になるように、 k, b, t_0, t_{-1}, w^2 を決めればよい。図2 (実線: 推定値, 破線: データ) に解析例を示す。

降雨確率の推定について

石 黒 真 木 夫

1. ある事象の生起確率 p が、変数 x の値に依存する場合に x に対する確率の関数関係 $p(x)$ を推定するベイズ手法を [1, 2] で提案した。この手法を発展させる形で (気象の) 確率予報, つまり降水確率の予測やその降水が雨になるのか雪になるのかの予測等, に有効な新しい方法が得られる。

2. 気象予測の分野における確率予報の手法として力学的モデルに基づいた数値予測を利用する方法が使われている。大別すると Perfect Prog Method (PPM) と Model Output Statistics (MOS) とよばれる二つの方法があるがいずれの方法にせよ、力学的なモデルにだけ頼って目的とする確率を導き出すことは出来ない。力学的モデルの出す数値予測の結果を実際の降雨に結び付ける部分には統計モデルを援用しなければならない。

3. 統計モデルとして重回帰が採用されることがあるが、確率予報のためのモデルとしては確率が負になり得る等の欠点があり、[1, 2]のようにロジットモデルを想定する方が自然である。この場合にも重回帰の場合と同様に説明変数 \mathbf{x} の選択が重要な問題となるが、ベイズ型重回帰モデル [3] の例になって係数 \mathbf{a} に非線形に依存するモデル

$$p(\mathbf{x}) = \frac{\exp(\sum_i a_i^u x_i)}{\exp(\sum_i a_i^u x_i) + 1} \quad (u > 1)$$

を導入し、 \mathbf{a} の事前分布として正規分布

$$f(\mathbf{a}) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}v} \exp\left\{-\frac{a_i^2}{2v^2}\right\}$$

を想定したベイズ手法によって安定した推定値を得ることができる。

このモデルの超パラメータはモデルの非線形の程度を決める u と事前分布による締め付けの強さを決める v の二つであるがこれらは ABIC の近似値を最小化することによって決めることができる。

参 考 文 献

- [1] Ishiguro, M. and Sakamoto, Y. (1983). A Bayesian Approach to Binary Response Curve Estimation, *Ann. Inst. Statist. Math.*, Vol. 35, No. 1, B.
- [2] Sakamoto, Y. and Ishiguro, M. (1985). Bayesian Binary Regression Involving Two Explanatory Variables, *Ann. Inst. Statist. Math.*, Vol. 37, No. 2, B.
- [3] 石黒真木夫 (1985). ベイズ型重回帰モデル, 統計数理, 第 33 卷, 第 1 号.

高次代数方程式の解法について

荒 畑 恵 美 子

白色雑音に埋れた信号を検出するための存否スペクトルの計算, あるいは自己回帰モデルの特性表示等時系列解析に関連して高次代数方程式の解が要求させられる場合が多い。一般に高次代数方程式を解くには逐次近似による方法を用いるが, 大別すると, 1) 根の第 1 近似を必要としない方法, 2) 根の第 1 近似がわかっているとき, これを反復修正していく方法の 2 種類がある。実用上は 1), 2) を併用する。

2) に属する Bairstow 法の変形で, 精度の点でも, 収束の点でもすぐれている McAuley 法がある。ここでは, この実用経験について報告する。

実係数方程式を, $f(x) = a_n x^n + A_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$ とする。

1) 試みの 2 次因子 $x^2 + px + q$ を決める。

2) その 2 次因子で後向き (backward 即ち, 次数の低い方から) の割算をし, 剰余を $Rx^{n-1} + Sx^{n-2}$ とする。

3) R, S は p, q の関数になっている。 $R(p, q) = 0, S(p, q) = 0$ が同時に成り立つならば $x^2 + px + q$ は $f(x)$ の 2 次因子となる。よって R, S をテーラー展開して, 2 次以上の項を無視して, $\Delta p, \Delta q$ についての連立方程式を解いて, $\Delta p, \Delta q$ を求める。

4) $p + \Delta p \rightarrow p, q + \Delta q \rightarrow q$ として次の 2 次因子を定義する。

$\Delta p, \Delta q$ が小さくなる迄反復する。

多くの数値計算の本では, 初期値について, 「 $p=1, q=1$ として, 収束しないときは, $p=-1, q=1$ にするとうまくいく。」としてあるが, 実際にはうまくいかないことが多い。存否スペクトルの計算の例では, $n=100$ のとき, $p=-0.2, q=1.0$ として良い結果が得られた。また修正量 $\Delta p, \Delta q$ を用いる計算で, 発散するときには, $\Delta p, \Delta q$ を $\Delta p = \Delta p/2, \Delta q = \Delta q/2$ とすることによって成功した。それでも収束しな