表. 点群を値としてとる確率分布のシミュレーション（実験回数 1000）

群	$k=2$	$k=3$	群	$k=2$	$k=3$
m 3 m	191	553	32	39	5
432	87	79	3 m	20	5
$\bar{4}$3 m	91	85	4	13	1
m 3	146	103	$\bar{4}$	8	2
4/mmm	0	32	222	9	1
23	41	18	mm 2	37	9
$\bar{3}$ m	58	41	2/m	24	5
mmm	0	10	3	13	3
4/m	28	10	2	9	0
$\bar{4}$2 m	71	10	m	10	0
422	30	8	$\bar{1}$	0	0
4 mm	36	13	1	1	0
$\bar{3}$	38	7			

参 考 文 献

Itoh, Y. (1979). Random collision models in oriented graphs, *J. Appl. Prob.*, **16**, 36-44.

Palmer, E.M. (1985). *Graphical evolution*, John Wiley and Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore.

仁田 勇（監修）(1959). X線結晶学 上, 丸善, 東京.

パターン生成のモデルとそのあてはめ

統計数理研究所 種 村 正 美

平面上の領域 V に N 個の点が散布されており，各点の位置座標を $x_i(i=1, 2, \cdots, N)$ とする．各点をたとえば生物個体とみなし，生息地 V に定着している N 個体の生物集団を考える．N 個体の位置座標全体を X で表わすと，X には配置パターンに関する情報が原理上すべて含まれており，パターンが生成された過程についても履歴が残されているであろう．われわれの目的は，位置座標 X の与えられたデータに対して，想定しうるパターン生成モデルをいくつか考察してそれらをあてはめ，そしてそれらの適合性からデータに妥当なモデルを求めることである．

パターン生成のモデルとして，以下ではわれわれは個体間距離 r に依存する相互作用ポテンシャル $\Phi(r)$ のもとでのギブス平衡分布モデル，および同一のポテンシャルのもとでの逐次充塡モデルを考える．これらは例えば，個体間で互いに反発型の相互作用をするなわばり性動物において，なわばりの位置が互いに調節される場合と調節されない場合という定着過程のちがいを表現している．

データがポテンシャル $\Phi(r)$ のもとで平衡な配置であることを仮定すると，ギブス分布を尤度関数として使えるが，その仮定が成立しない場合にはそれができない．そこで，いくつかのパターン生成モデルを同時に比較するため，われわれは尤度法の代わりに経験的手法を用いる．すなわち，空間配置を表現する統計量 T についてデータから得られる経験分布関数 $F(t)$ とモデルのそれとの適合性を考察するのである．

点の空間配置を表現する統計量の中に最近接距離がある．これには，ランダムに散布した標本点からこれに最も近い個体までの距離 r_1 と，各個体からこれに最も近い個体までの距離 r_2 とが考えられる．r_2 は個体間相互作用と直接関係するため重要な統計量であるが，一つの配置データからは $O(N)$ の標本しか得られない．これに対して r_1 の方はランダム標本点数 m を増大すればそれだけ多くの情報が得られる．次式で与えられる分布関数 $p(t)$

$$\Pr(r_1<t)=\{\text{各個体を中心とする半径 } t \text{ の円板系の和集合の面積}\}/|V|$$

は $m=\infty$ に相当する r_1 の経験分布であって，右辺の面積比で与えられる．さらにこの量に対しては密度関数 $f(t)=dp(t)/dt$ が

$$\{\text{各個体を中心とする半径 } t \text{ の円板系の和集合の周囲長}\}/|V|$$

として得られる．これは r_1 の経験“密度”ともいうべき関数である．$p(t)$, $f(t)$ は Voronoi 多角形分割から容易に求められる．データから密度関数（頻度分布）を求めようとするとき，級間隔の大きさがふつう問題になるが，いまの場合この問題が全くない．われわれは経験手法を用いるために，$p(t)$, $f(t)$ を空間配置表現の関数として採用する．

いま，与えられた配置データから得られる r_1 の分布関数を $\hat{p}(t)$, モデル（含まれる母数を θ とする）のそれを $p(t;\theta)$ とする．両者のくいちがいの尺度として

$$d(\theta)=\int|\hat{p}(t)-p(t;\theta)|\,dt$$

を用いる．$d(\theta)$ を最小にする母数値を与えるモデルが最良のモデルとなる．また，経験“密度”についても $\hat{f}(t)$, $f(t;\theta)$ をそれぞれ上に対応して定義する．ここで，$f(t;\theta)$ を k 個のシミュレーションデータから求めた平均の密度としておき，$\hat{f}(t)$ と $f(t;\theta)$ とのあてはまりの尺度として尤度比統計量

$$L(\theta)=\int\{\hat{f}(t)+kf(t;\theta)\}\log(\hat{f}(t)+kf(t;\theta)\}dt$$
$$-k\int f(t;\theta)\log f(t;\theta)dt-(1+k)\log(1+k)$$

を採る．$L(\theta)$ を最大にする母数値を与えるモデルが最良である．

例としてカモメの一種の巣配置データを解析した．ここで，$N=110$, $|V|=100\,\mathrm{m}\times100\,\mathrm{m}$ である．まず，ギブス尤度による相互作用推定法から，ポテンシャルは $SC(8)$; $\Phi(r)=(\sigma/r)^8$, $\sigma=2.24\,\mathrm{m}$ と推定された（Ogata・Tanemura, 1982, 1984）．このポテンシャルの下で，母数 σ のいくつかの値において実験により，点配置パターンを生成した．そして，$d(\sigma)$ および $L(\sigma)$ の極値を比較した結果，このデータでは逐次充填モデルの方があてはまりが良かった．このことから，このカモメ種においては巣配置パターンが逐次形成されたと考えられる．

なお，この手法を不均質な環境条件下の配置パターンに対して拡張する試みとその適用結果についても報告した．

生体組織中の細胞の幾何学モデル

鐘紡ガン研究所　本　多　久　夫

細胞の形を力学や幾何学をつかって数理的に理解しようとする願望は昔からあった．たとえ