

人の反応パターンは、第2図のような折れ線によって把握することができる。

質問項目  $j$  の答えに応じた方向を表わすベクトルを  $X_j$  とし、反応パターンを表わす合成ベクトルを

$$\hat{Y} = \sum_{j=1}^R w_j X_j$$

とする。反応パターンから数量を予測する場合(数量化I類に対応する)、 $\hat{Y}$  の方向が予測値に対応する。<sup>1)</sup>

数量化III類が対象とする問題を考える。この場合、合成ベクトル  $\hat{Y}$  の方向を反応パターンから得られる個人得点とみなせば、個人得点と反応パターンの関係がグラフから読み取れる。<sup>2)</sup>

## 2) 順位データ

いくつかの項目に順位をつけたときのデータを整理、表現するために順位グラフが考案されている。<sup>3),4)</sup>

これらのグラフは directional data の統計という観点から意味づけができる。

## 参 考 文 献

- 1) 馬場, 脇本 (1983). ベクトル変換を用いた数量化法, 統計研彙報第30巻第2号.
- 2) 馬場 (1984). 数量化とグラフ表現, 日本行動計量学会予稿集.
- 3) 馬場他 (1984). 順位のグラフ表現法とその応用, 統計研彙報第32巻第1号.
- 4) 馬場 (1984). 順位データのグラフによる解析, 応用統計学会第6回シンポジウム予稿集.

## 第5研究部

### ベイズ型重回帰

石 黒 真 木 夫

#### 1. ベイズモデルと AIC 最小化法

Smoothness prior をもちいたベイズモデルによる解析が有効な典型例として重回帰分析がある(石黒・荒畑, 1982).

従来 of AIC 最小化法によって滑らかな重回帰曲線を得ることは、たとえば、多項式重回帰における次数選択によって実現されていた(坂元他, 1983)。一般に、あまり激しい変動をしない滑らかな関数を推定しようとしている場合に「次数選択」という手段が使われているとよい。したがってある場面で AIC が「次数選択」に使われているなら、そこではベイズモデル、smoothness prior を用いたベイズモデル、の利用が考えられる。

AIC が使われるのは「次数選択」の場面だけではない。「変数選択」にも使われる。「次数選択」に対応して smoothness prior が存在するとすると、「変数選択」に対応する事前分布があって然るべきである。「変数選択」が必要になる典型的な場面は重回帰である。重回帰モデルのパラメータの推定に適した事前分布があってよい。

#### 2. ベイズ型重回帰モデル

重回帰モデル

$$y = Xa + r$$

のパラメータ  $a$  の推定に使われる2つの対照的な方法として、

- (a) subset regression  
 (b) ridge regression

がある。(a)が「変数選択」による方法である。(b)はパラメータの事前分布として球対称の正規分布を仮定した時のベイズ型の推定法とみなすことができる。ここでは(a)と(b)の中間に位置する新しいベイズ型重回帰モデルを提案する。

### 参考文献

石黒・荒畑(1982). ベイズ型スプライン回帰, 彙報 30巻1号.  
 坂元・石黒・北川(1983). 情報量統計学, 共立出版.

## 非定常時系列モデルとその応用

田村(濱田) 義保

非定常過程のスペクトルを求めるために, 自己回帰型のモデルを考えた。データ  $\{x(1), \dots, x(N)\}$  が与えられた時, 各々が  $K$  個のデータを含むように,  $P$  個のスパンに分割する。各スパンごとに,  $M$  次の自己回帰モデルをあてはめる。 $K, M, P$  は  $N \geq KP + M$  を満たしていなければならない。データの順序を  $(i=1, 2, \dots, PK+M)$

$$x(N-PK-M+i) = y(-M+i)$$

のようにつなぐ。  $p$  番目のスパンは,  $\{y((p-1)K+1), \dots, y(pK)\}$  となる。このスパンでの自己回帰モデルを,

$$y(i) = \sum_{m=1}^M a_p(m)y(i-m) + a_p(0) + \varepsilon(i) \\ i = (p-1)K+1, \dots, pK$$

とする。ただし,  $\varepsilon(i)$  は平均0分散  $\sigma^2$  の白色ガウス雑音であるとする。スペクトルの時間変化に関する制約として次のものを考える。

$$c(p, i) = \sum_{m=1}^M (a_{p+1} - a_p(m))y(i-m) + a_{p+1}(0) - a_p(0) \\ Ec(p, i) = 0 \\ Ec(p, i)c(p', i') = (\sigma^2/\eta^2)\delta_{pp'}\delta_{ii'}$$

$a_p(m), \sigma^2, \eta^2$  および自己回帰の次数  $M$  を次のようにして決める。データ分布を,

$$f(y | a, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-PK/2} \exp\left(-\sum_{p=1}^P \sum_{i=(p-1)K+1}^{pK} (y(i) - \sum_{m=1}^M a_p(m)y(i-m) - a_p(0))^2 / 2\sigma^2\right)$$

とし,  $a_p(m)$  ( $p=2, \dots, P, m=0, \dots, M$ ) に対する事前分布を,

$$g(a | y, \sigma^2, \eta^2) = (2\pi\sigma^2/\eta^2)^{-(P-1)(M+1)/2} N_g \exp\left(-\eta^2 \sum_{p=1}^{P-1} \sum_{i=(p-1)K+1}^{pK} c(p, i)^2 / 2\sigma^2\right)$$

であらわす。 $N_g$  は規格化因子である。第2スパンから第  $P$  スパンまでの自己回帰係数は,  $f \cdot g$  を最大にするように推定される。第1スパンの係数  $a_1(m), \sigma^2$  は尤度関数

$$\ell(\{a_1(m)\}, \sigma^2, \eta^2) = \int \prod_{p=2}^P d\{a_p(m)\} f \cdot g$$

を最大にするように決める。以上において,  $M$  および  $\eta^2$  は与えられたものとして固定していたが,

$$ABIC = -2 \log(\text{尤度関数のある } \eta \text{ における最大値}) + 2(M+1)$$