

分枝限定法によるミニマックス決定方式の探索

村上 征 勝

統計的決定問題では、未来のある状態 $\theta (\in \Theta)$ において、いかなる行動 $a (\in A)$ をとるのが損失 $L(\theta, a)$ という点からみて合理的であるかを問題とする。この時、どの θ が生じるかを推定するのに役立つ情報 $x (\in X)$ が得られる条件付確率 $f(x|\theta)$ が利用できるため、実際には、どのような x が得られた時にどの a をとるのがよいのかを決める問題となる。このような X から A への写像方式 $d(x)=a$ を非確率化決定方式とよび、この d の集合を D で表わす。また、いくつかの非確率化決定方式 d_1, d_2, \dots, d_t を確率 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_t$ ($\sum_{i=1}^t \pi_i = 1$) で採用するような確率化決定方式 δ も考え、このような δ の集合を \mathcal{D} で表わすことにする。

さて

$$\max_{\theta \in \Theta} \{R(\theta, \delta_M)\} = \min_{\delta \in \mathcal{D}} \max_{\theta \in \Theta} \{R(\theta, \delta)\}$$

ここで

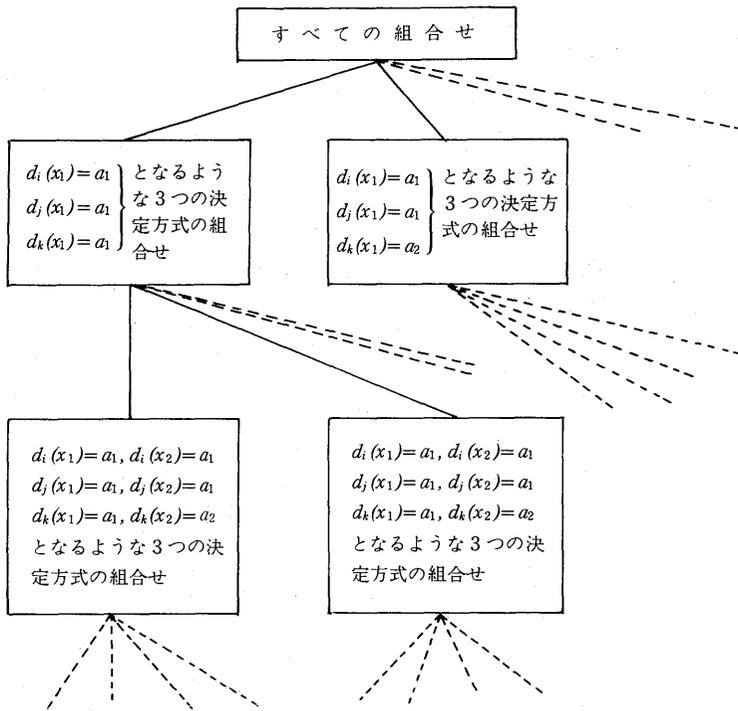
$$R(\theta, \delta) = \sum_{i=1}^t \pi_i R(\theta, d_i) = \sum_{i=1}^t \pi_i \left\{ \sum_x L(\theta, d_i(x)) f(x|\theta) \right\}$$

となるような決定方式 δ_M をミニマックス決定方式という。この δ_M を見い出すには、非確率化決定方式のすべての組合せを調べればよいが、比較的簡単な決定問題でも、この組合せの数は非常に大きなものとなる。 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ の場合には幾何学的な考察によって δ_M を見い出すことができるが、 θ の数が3以上の場合には δ_M を見い出す有効な方法は知られていない。そこで、分枝限定法によって、決定問題を順次部分問題へ分解（分枝）し、 δ_M の存在しない枝（部分問題）を早く見い出すことによって、非確率化決定方式のすべての組合せを調べることなしに δ_M を見い出すことを試みた。

[探索結果] $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ の場合

	すべての組合せ	分枝限定法
$X = \{x_1, x_2, x_3\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ の場合	0.095秒 (3654通り)	0.077秒 (1618通り)
$X = \{x_1, x_2, x_3\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ の場合	0.921秒 (45760通り)	0.415秒 (15267通り)
$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ の場合	56.330秒 (2829056通り)	4.949秒 (183908通り)
$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ の場合	880.660秒 (40885625通り)	54.988秒 (1260261通り)

探索法を図で示すと次のようになる。(Θ={θ₁, θ₂, θ₃}の場合)



参 考 文 献

村上, 中島: 分枝限定法によるミニマックス決定方式の探索, 統計研彙報 32 巻 2 号.

地震カタログに基づく点過程モデル

尾 形 良 彦

Vere-Jones ら (1966) の Trigger モデル (branching Poisson process) は本震と余震がはっきり決められていて, 本震は定常ポアソンで生成されて各本震につきそれを起点として単調減少の危険度 $g(t)$ の非定常ポアソンで余震が生成されるというものである. Lomnitz ら (1983) のモデルはこれに本震の大きさについての効果, すなわち余震が本震のマグニチュードに関係して増えること, そして本震と余震のマグニチュードの出現頻度はそれぞれ異なった b 値にもとづき指数分布に従うというものである. これは Gutenberg-Richter の法則と Bath の法則をおりこんだことになっているらしい. $g(t)$ は大森余震減衰法則に基づき指数ではなく逆べき関数で与えている.

さて通常の広域長時間カタログにおいて, 広義の前震, 余震, 余震の余震とか地震活動の移動現象の存在などを考えるとき, 本震と余震の区別は必ずしも確固としたものとはいえないのではないかと思われる. このような立場から次のような統計的モデルを考えてみよう. まず (a) 背景の地震活動 (back ground seismicity) として地震が定常のポアソン過程で生成されている. (b) 発生したどの地震についても余震を持つチャンスがある. ただしその余震の平均個数はマグニチュードの指数べきに比例する. (c) 余震の発生度合の時間的推移 $g(t)$ は改良大森法則に従う. これら 3 つの仮定から, 地震の発生に関